Chapitre 10 ORDRE ET COMPARAISON DE NOMBRES DECIMAUX

Objectif :
Dans la vie courante, il est parfois très utile de comparer des nombres (comparaison de prix, de températures, de mesures…). Pour cela, il existe différentes méthodes.
Comment peut-on comparer ou classer des nombres décimaux ?

I. D'abord, quelques rappels :

1°) Comparaison et symboles :

<u>Définition :</u> **Comparer deux nombres décimaux, c'est dire lequel est le plus petit ou le plus grand ou s'ils sont égaux.**

<u>Notations :</u> Pour comparer deux nombres décimaux on utilise les symboles <, > ou = .

Le signe < signifie « est inférieur à » ou « est strictement inférieur à » ou « est plus petit que ».
Le signe > signifie « est supérieur à » ou « est strictement supérieur à » ou « est plus grand que ».
Le signe = signifie bien sûr « est égal à ».

On utilise aussi parfois les symboles ⩽ et ⩾ .

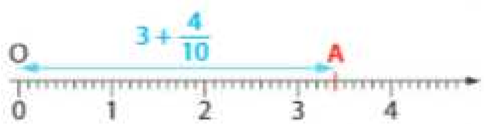
Le signe ⩽ signifie « **est inférieur ou égal à** » ou « **est plus petit ou égal à** ».
Le signe ⩾ signifie « **est supérieur ou égal à** » ou « **est plus grand ou égal à** ».

2°) Demi-droite graduée et abscisse :

<u>Définitions :</u> Une <u>**demi-droite graduée**</u> est une demi-droite qui a :
- une origine (c'est-à-dire un point de départ, là où la demi-droite « commence »)
- une unité de longueur que l'on reporte régulièrement à partir de l'origine
- un sens indiqué par une flèche

Sur une demi-droite graduée, chaque point est repéré par un nombre décimal. Ce nombre est appelé l'<u>**abscisse**</u> du point.

<u>Exemple :</u> Le point A a pour abscisse $3 + \frac{4}{10}$ ou 3,4.



3°) Ecriture décimale :

- On doit **savoir supprimer les zéros inutiles** : voir la vidéo sur le lien suivant :
https://www.youtube.com/watch?v=70UhgN2FssQ

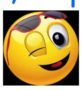
On retient la propriété suivante :

Propriété : Dans une écriture décimale, on peut supprimer les zéros qui sont **à gauche de la partie entière** et **à droite de la partie décimale**.

- Il faut savoir ajouter des **zéros inutiles.** Cela est utile pour lire ou comparer des nombres.
Exemple : **27,6 = 27,60 = 27,600 = 27,600 0 = 27,600 00 = 27,600 000...**

Et **il faut absolument connaître le tableau suivant** :

Partie entière												Partie décimale		
Classe des milliards			Classe des millions			Classe des mille			Classe des unités					
Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités	Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités	Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités	Chiffre des centaines	Chiffre des dizaines	Chiffre des unités	Chiffre des dixièmes	Chiffre des centièmes	Chiffre des millièmes

Si tu sais tout ça, alors on peut aborder la suite : Comment peut-on comparer ou classer des nombres décimaux ?
Voici plusieurs méthodes, tu peux choisir d'utiliser celle que tu veux (mais certaines sont moins longues que d'autres !!!  )

II. Comparaison de nombres décimaux :

1°) Comparaison sur une demi-droite graduée :

Pour **comparer deux nombres décimaux** sur une **demi-droite graduée**, il suffit de les placer sur cette demi-droite. Lorsqu'on parcourt la demi-droite **dans le sens de la flèche**, **le plus petit des deux nombres est celui que l'on rencontre en premier**.

Exemple :

On souhaite comparer 2,46 et 2,7.
On place ces deux nombres sur une demi-droite graduée.

Attention ! 7 est plus petit que 46 mais 2,7 est plus grand que 2,46.

On dit que 2,46 est inférieur à 2,7 et on note $2{,}46 < 2{,}7$.
On dit également que 2,7 est supérieur à 2,46 et on note $2{,}7 > 2{,}46$.

2°) Si on n'utilise pas de demi-droite graduée :

Si les deux nombres décimaux **n'ont pas la même partie entière**, on utilise la propriété ci-dessous :

Propriété : Si deux nombres décimaux ont des **parties entières qui sont différentes, le plus grand nombre est celui qui a la partie entière la plus grande.**

Exemple : Comparer 54,08 et 37,461
La partie entière de 54,08 est **54** et la partie entière de 37,461 est **37**.
Les parties entières sont différentes, et on a : **54 > 37**.
donc : **54,08 > 37,461**

Si les parties entières sont égales, alors on a deux méthodes possibles :

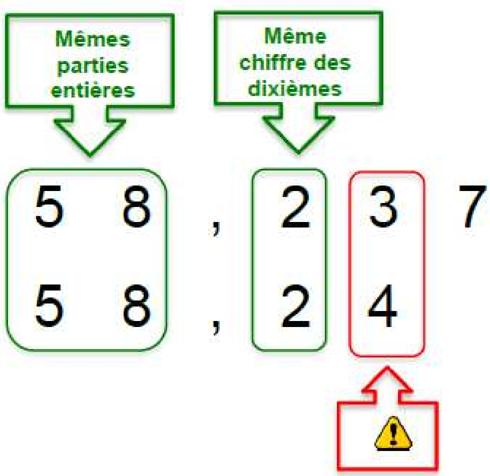
Méthode 1 : **Si les deux nombres décimaux ont la même partie entière, on s'arrange pour avoir le même nombre de décimales** (c'est-à-dire **le même nombre de chiffres après la virgule**) en ajoutant éventuellement des zéros, puis on compare les parties décimales.

Exemple : Comparer 58,237 et 58,24

En observant ces nombres : **58**,237 et **58**,24
on constate que **les parties entières sont identiques** : 58.
58,237 a **3** chiffres après la virgule et 58,24 a **2** chiffres après la virgule.
On ajoute donc un zéro (un zéro « inutile ») au nombre 58,24 pour qu'il ait, lui aussi, **3** chiffres après la virgule. : 58,24 = 58,24**0**
On doit donc comparer **58,237 et 58,240**
Or, **237 millièmes < 240 millièmes**
donc : **58,237 < 58,240**
et on conclut que : **58,237 < 58,24**

Méthode 2 : **Si les deux nombres décimaux ont la même partie entière,** on compare les deux parties décimales en commençant par **les dixièmes**, puis en cas d'égalité en comparant **les centièmes**, puis **les millièmes**, …

Même exemple : Comparer 58,237 et 58,24
D'après le schema ci-contre :
Ces deux nombres ont les mêmes parties entières : 58
Ils ont le même chiffre des dixièmes : 2
Les chiffres des centièmes sont différents
et on a : 3 < 4.
Donc on conclut que : **58,237 < 58,24**



Exemple 2

Comparer 7,28 et 7,256 9.

Solution : Ces deux nombres ont la même partie entière : **7**.

Le **chiffre des dixièmes** est le même pour les deux nombres : c'est **2**.

Le chiffre des centièmes de 7,28 est **8** et le chiffre des centièmes de 7,256 9 est **5**.

Les chiffres des centièmes sont différents et 8 > 5.

Donc 7,28 > 7,256 9.

le nombre qui a le plus de chiffres n'est pas toujours le plus grand !

Exemple : Comparer **8,6** et **8,589 41**

Solution : 8,6 et 8,589 41 ont la même partie entière : 8

Utilisation de la Méthode 1 : 8,6 = 8,600 00 (*pour avoir 5 chiffres après la virgule*)

et 60 000 cent-millièmes > 58 941 cent-millièmes

Donc 8,600 00 > 8,589 41 soit : **8,6 > 8,589 41**.

Utilisation de la Méthode 2 : Le chiffre des dixièmes de 8,6 est : 6

Le chiffre des dixièmes de 8,589 41 est : 5

Or, 6 > 5 donc **8,6 > 8,589 41**.

Conclusion : on a **TOUJOURS** : **8,6 > 8,589 41** (même si 8,6 n'a qu'un seul chiffre après la virgule et que l'autre nombre a cinq chiffres après la virgule !!!)

3°) Ordre croissant et décroissant

Ranger des nombres dans l'**ordre croissant**, c'est les ranger **du plus petit au plus grand**.
Ranger des nombres dans l'**ordre décroissant**, c'est les ranger **du plus grand au plus petit**.

Exemple :

Dans la liste : 2 ; 2,02 ; 22,2 ; 22,02 ; 20,02 ; 0,22 on obtient :

Dans l'ordre croissant : 0,22 < 2 < 2,02 < 20,02 < 22,02 < 22,2

Dans l'ordre décroissant : 22,2 > 22,02 > 20,02 > 2,02 > 2 > 0,22

4°) Encadrer un nombre

Encadrer un nombre, c'est trouver deux nombres : **une valeur inférieure** et **une valeur supérieure** à ce nombre.

• Si la différence entre ces deux valeurs est égale à 1, on dit que **l'encadrement est à 1 unité près.**

Exemple :

14 < 14,254 6 < 15.

C'est un encadrement à l'unité près car 15 – 14 = 1.

Donc, **encadrer une valeur à l'unité près**, c'est la situer entre les deux entiers les plus proches.

Exemples : **3** < 3,8 < **4** ;

1 < 1,475 < **2**

• Si la différence entre ces deux valeurs est égale à 0,1, on dit que **l'encadrement est au dixième près.**

Exemple :

8,2 < 8,286 9 < 8,3.

C'est un encadrement au dixième près car 8,3 – 8,2 = 0,1.

Donc, **encadrer une valeur au dixième près**, c'est la situer entre les deux valeurs décimales les plus proches n'ayant qu'un chiffre après la virgule.

Exemples : **3,2** < 3,27 < **3,3**

5,3 < 5,328 < **5,4**

5°) Intercaler

Rappel : **Intercaler un nombre** entre deux nombres donnés, c'est trouver un nombre encadré par ces deux nombres.

Propriété importante :

Entre deux nombres, on peut TOUJOURS intercaler un nombre décimal.

Exemples :

Entre 3 et 4 on peut intercaler 3,1 ou 3,28 ou 3,5 ou …

En effet, on a : 3 < 3,1 < 4 ; 3 < 3,28 < 4 ; 3 < 3,5 < 4

Entre 2,58 et 2,59 on peut intercaler 2,583 ou 2,580 6 ou 2,589 ou …

En effet, on a : 2,58 < 2,583 < 2,59 ; 2,58 < 2,580 6 < 2,59 ; 2,58 < 2,589 < 2,59.

Remarque : Pour s'aider, on peut écrire les nombres **avec des zéros inutiles :**

3,0 < 3,1 < 4,0 3,00 < 3,28 < 4,00 3,0 < 3,5 < 4,0	2,580 < 2,583 < 2,590 2,580 0 < 2,580 6 < 2,590 0 2,580 < 2,589 < 2,590