Correction du brevet 2019 - Session de juin - Pondichéry.

Exercice 1 ***(15 points)***

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, **une seule** des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie. Une bonne réponse rapporte 3 points ; aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 28 ?	4×7	2×14	$2^2 \times 7$

réponse C.

2. Un pantalon coûte 58 €. Quel est son prix en € après une réduction de 20% ?	38	réponse B 46,40	57,80

↳ coefficient de réduction $= 1 - t\%$

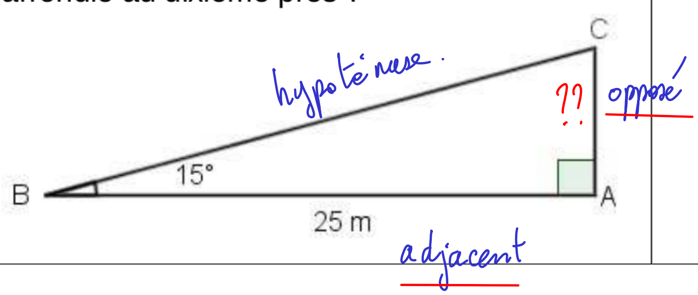
$= 1 - 20\%$

$= 1 - 0{,}2$

$= 0{,}8$

Nouveau prix = Ancien prix × 0,8

$= 58 \times 0{,}8 = \boxed{46{,}4 \text{ €}}$

3. Quelle est la longueur en m du côté [AC], arrondie au dixième près ? 	6,5	réponse B 6,7	24,1

CAH

SOH

TOA ← On choisit TOA car on a besoin du côté adjacent et du côté opposé

$\tan \widehat{CBA} = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$

$\tan \widehat{CBA} = \dfrac{CA}{BA}$

$\tan 15° = \dfrac{CA}{25}$

$25 \times \tan 15° = \dfrac{CA}{\cancel{25}} \cancel{\times 25}$

$CA \approx 6{,}69873$

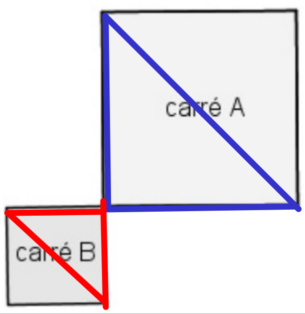
$CA \approx 6{,}7$ m

4. Quelle est la médiane de la série statistique suivante ? 2 ; 5 ; 3 ; 12 ; 8 ; 6.	réponse A. 5,5	6	10

On range les nombres dans l'ordre croissant :

2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 8 ; 12

médiane = moyenne de 5 et de 6 $= \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$.

5. Quel est le rapport de l'homothétie qui transforme le carré A en carré B ? 	Réponse A −0,5	0,5	2

On passe du carré A (en bleu) au carré B (en rouge).

On observe qu'on réduit la taille. Le rapport d'homothétie 2 est donc éliminé.

En effet, si on multiplie par un nombre plus grand que 1 on augmente les dimensions. (or ici on les réduit).

Il reste à choisir entre le coefficient $+0,5$ ou $-0,5$.

A retenir : Pour les configurations en "papillon", le coefficient est négatif. Ici, on choisit donc $-0,5$

C'est la réponse A.

Exercice 2 ***(14 points)***

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Prendre le carré de ce nombre.
- Ajouter le triple du nombre de départ.
- Ajouter 2.

1. Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ, le programme donne 6 comme résultat.

$1 \xrightarrow{\text{carré}} 1 \xrightarrow{\text{ajouter le triple du nombre de départ}} 4 \xrightarrow{\text{ajouter 2}} 6$

On obtient 6

2. Quel résultat obtient-on si on choisit –5 comme nombre de départ ?

$-5 \xrightarrow{\text{carré}} 25 \xrightarrow{\text{ajouter le triple du nombre de départ}} 10 \xrightarrow{\text{ajouter 2}} 12$

On obtient 12.

3. On appelle x le nombre de départ, exprimer le résultat du programme en fonction de x.

$x \xrightarrow{\text{carré}} x^2 \xrightarrow{\text{ajouter le triple du nombre de départ}} x^2+3x \xrightarrow{\text{ajouter 2}} \boxed{x^2+3x+2}$

résultat du programme.

4. Montrer que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+2)(x+1)$ pour toutes les valeurs de x.

On développe : $(x+2)(x+1)$

$= x \times x + x \times 1 + 2 \times x + 2 \times 1$

$= x^2 + 1x + 2x + 2$

$= x^2 + 3x + 2$ CQFD

5. La feuille du tableur suivante regroupe des résultats du programme de calcul précédent.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	*x*	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	*(x+2)(x+1)*	6	2	0	0	2	6	12	20	30

a. Quelle formule a été écrite dans la cellule B2 avant de l'étendre jusqu'à la cellule J2 ?

= (B1 + 2) * (B1 + 1)

b. Trouver les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

On cherche à résoudre l'équation $(x+2)\times(x+1)=0$.

Propriété à savoir par cœur : Un produit de facteurs est nul si l'un ou l'autre des facteurs est nul.

Traduction : Une multiplication donne 0 au résultat si un des nombres dans le calcul est égal à 0.
Par exemple : $2\times 0 = 0$
$0\times 3 = 0$

Ici, $(x+2)\times(x+1)=0$

si $x+2=0$ ou $x+1=0$
donc si $x=-2$ | ou si $x=-1$

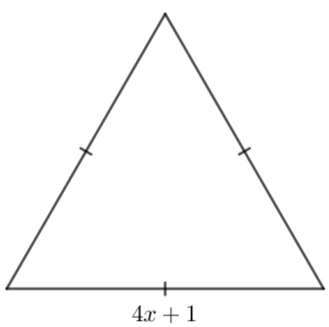
Les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 sont -2 ou -1.

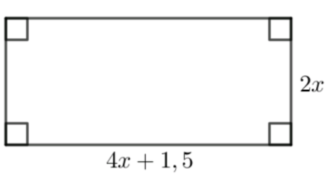
<u>Exercice 3</u> ***(16 points)***

<u>Partie I</u>

Dans cette partie, toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

On considère les deux figures ci-contre, un triangle équilatéral et un rectangle, où x représente un nombre positif quelconque.





1. Construire le triangle équilatéral pour $x = 2$.

Sur ce corrigé, je ne le construirai pas.

le côté de ce triangle mesure $4\times 2+1 = 8+1 = \boxed{9\text{ cm}}$

2. a. Démontrer que le périmètre du rectangle en fonction de x peut s'écrire $12x + 3$.

Les côtés de ce triangle équilatéral mesurent $4x+1$.

Le périmètre de ce triangle est égal à 3 fois la longueur d'un côté car il est équilatéral.

Donc $\text{Périmètre} = 3 \times (4x+1)$

$= 3 \times 4x + 3 \times 1$

$= \boxed{12x + 3}$. CQFD.

b. Pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle est-il égal à 18 cm ?

D'après la question a), on dispose de deux formules pour le périmètre. Pour qu'il soit égal à 18 cm, on peut donc écrire deux équations.

Equation 1

$12x + 3 = 18$

$12x = 18 - 3$

$12 \times x = 15$

$x = 15 \times \frac{1}{12}$

$x = \frac{\cancel{3} \times 5}{\cancel{3} \times 4} = \boxed{1{,}25 \text{ cm}}$

Equation 2

$3 \times (4x+1) = 18$

$4x + 1 = 18 \times \frac{1}{3}$

$4x + 1 = 6$

$4x = 6 - 1$

$4x = 5$

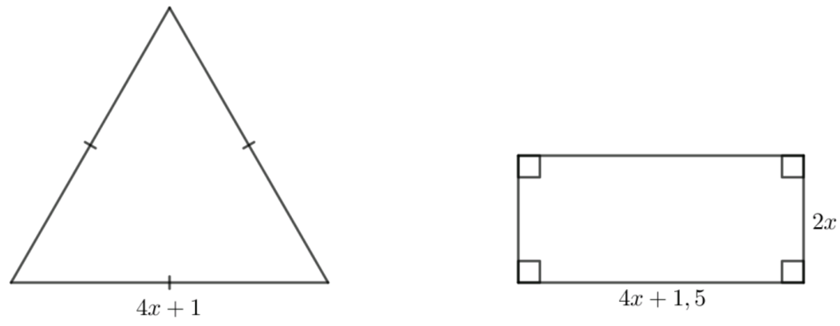
$x = 5 \times \frac{1}{4}$

$x = \frac{5}{4} = \boxed{1{,}25 \text{ cm}}$

Les résultats obtenus ne dépendent pas de l'équation choisie au départ.

3. Est-il vrai que les deux figures ont le même périmètre pour toutes les valeurs de x ?

Justifier.



Périmètre du triangle

$= \boxed{12x + 3}$

Périmètre du rectangle

$= 2 \times (\text{longueur} + \text{largeur})$

$= 2 \times (4x + 1,5 + 2x)$

$= 2 \times (6x + 1,5)$

$= 2 \times 6x + 2 \times 1,5$

$= \boxed{12x + 3}$

Les deux figures ont donc le même périmètre.

Peu importe la valeur de x choisie.

Partie II

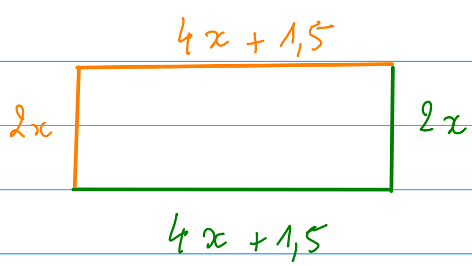
On a créé les scripts (ci-contre) sur Scratch qui, après avoir demandé la valeur de x à l'utilisateur, construisent les deux figures de la **partie I**.

Dans ces deux scripts, les lettres A, B, C et D remplacent des nombres.

Donner des valeurs à A, B, C et D pour que ces deux scripts permettent de construire les figures de **la partie I** et préciser alors la figure associée à chacun des scripts.

SCRIPT 1

On reconnait que le script 1 correspond au rectangle car on devine la formule du périmètre



Le script 1 va répéter deux fois

$$\underbrace{4x + 1,5 + 2x}_{1 \text{ fois}} + \underbrace{4x + 1,5 + 2x}_{1 \text{ fois}}$$

Donc ici $A = 2$.

$B = 90°$ car un rectangle possède 4 angles droits

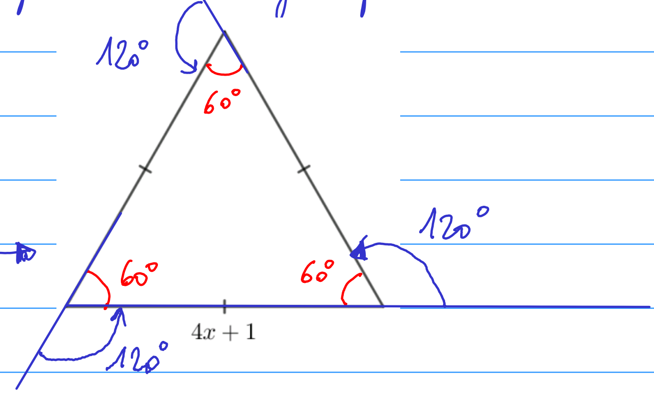
SCRIPT 2

Le script 2 sera donc celui qui correspond au triangle équilatéral.

Trois côtés de même longueur

Donc $C = 3$

$D = 120°$: Voir schéma explicatif →



Exercice 4 ***(13 points)***

Dans la vitrine d'un magasin A sont présentés au total 45 modèles de chaussures. Certaines sont conçues pour la ville, d'autres pour le sport et sont de trois couleurs différentes : noire, blanche ou marron.

1. Compléter le tableau suivant sur **l'annexe 1**.

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir	15	5	20
Blanc	7	10	17
Marron	5	3	8
Total	27	18	45

2. On choisit un modèle de chaussures au hasard dans cette vitrine.

a. Quelle est la probabilité de choisir un modèle de couleur noire ?

N : choisir un modèle de couleur noire.

$$p(N) = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}} = \frac{20}{45} = \frac{\cancel{5} \times 4}{\cancel{5} \times 9} = \boxed{\frac{4}{9}}$$

b. Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour le sport ?

S : choisir un modèle de sport

$$p(S) = \frac{18}{45} = \frac{2 \times \cancel{9}}{5 \times \cancel{9}} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

c. Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour la ville de couleur marron ?

M : choisir un modèle de couleur marron

$$p(M) = \boxed{\frac{8}{45}}$$

3. Dans la vitrine d'un magasin B, on trouve 54 modèles de chaussures dont 30 de couleur noire.
On choisit au hasard un modèle de chaussures dans la vitrine du magasin A puis dans celle du magasin B.
Dans laquelle des deux vitrines a-t-on le plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire ? Justifier.

Dans le magasin B : $p(N) = \frac{30}{54} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times 3} = \frac{5}{9}$

Dans le magasin A : $p(N) = \frac{4}{9}$ (voir question précédente.

Dans le magasin B, on a plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire car $\frac{5}{9} > \frac{4}{9}$.

Exercice n°5

Calculons séparément :

côté 1	côté 2
$\frac{\text{petit 1}}{\text{grand 1}} = \frac{OB}{OC} = \frac{27}{48} = \frac{\cancel{3} \times 9}{\cancel{3} \times 16} = \boxed{\frac{9}{16}}$	$\frac{\text{petit 2}}{\text{grand 2}} = \frac{OA}{OD} = \frac{36}{64} = \frac{\cancel{4} \times 9}{\cancel{4} \times 16} = \boxed{\frac{9}{16}}$

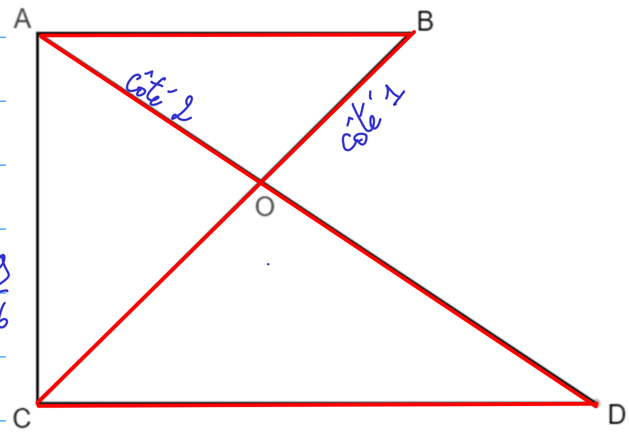


Figure 2

On donne :

- OC = 48 cm ; OD = 64 cm ; OB = 27 cm ; OA = 36 cm et CD = 80 cm ;
- les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.

1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

D'après les calculs ci-dessus, $\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD}$

De plus, les points A, O, D et B, O, C sont alignés dans le même ordre
donc d'après la réciproque du théorème de Thalès,
les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. Montrer par le calcul que AB = 45 cm.

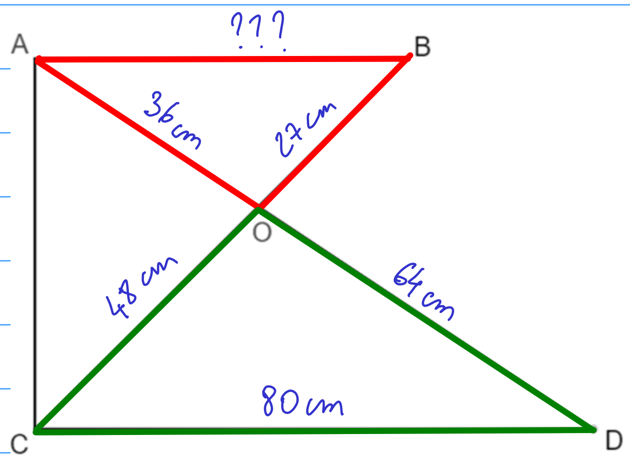


Figure 2

d'après la question 1), les conditions pour appliquer le théorème de Thalès sont vérifiées.

On a donc :

$\frac{AB}{CD} = \frac{OA}{OD} = \cancel{\frac{OB}{OC}}$ → on laisse de côté $\frac{OB}{OC}$ car les rapports $\frac{OA}{OD}$ et $\frac{OB}{OC}$ sont égaux d'après 1)

$\frac{AB}{80} = \frac{36}{64}$

donc $\cancel{80} \times \frac{AB}{\cancel{80}} = \frac{36}{64} \times 80$

$AB = \frac{36}{64} \times 80$

$AB = \frac{\cancel{2^2} \times 3^2}{\cancel{2^6}} \times \cancel{2^4} \times 5$

$AB = 3^2 \times 5$

$AB = 9 \times 5$

$AB = \boxed{45 \text{ cm}}$ CQFD

<u>Décomposition en produit de facteurs premiers</u>

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$36 = 2^2 \times 3^2$

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$80 = 2^4 \times 5$

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$64 = 2^6$

CQFD signifie "ce qu'il fallait démontrer".
C'est ainsi que l'on conclut parfois.

Equivalent latin : QED
"Quid est demonstrandum".

3. Calculer la hauteur totale du meuble de rangement.

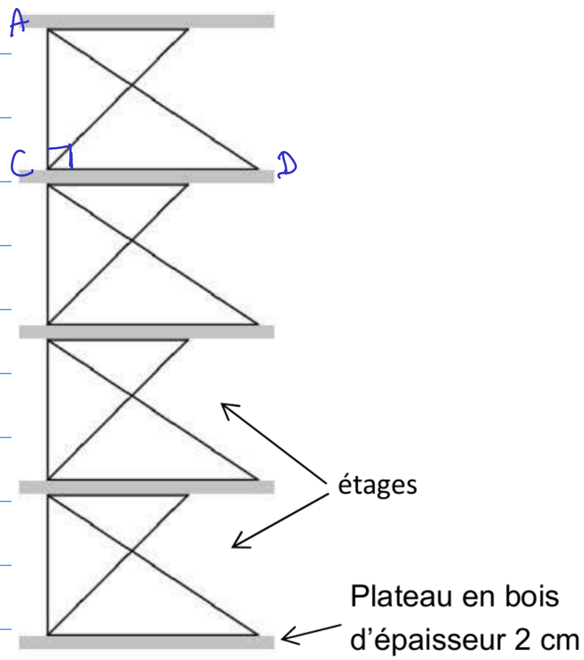


Figure 1

Pour calculer la hauteur totale du meuble, on a besoin de déterminer la longueur AC.
D'après l'énoncé, (AC) et (CD) sont perpendiculaires. Le triangle ACD est donc rectangle en C.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$AD^2 = AC^2 + CD^2$

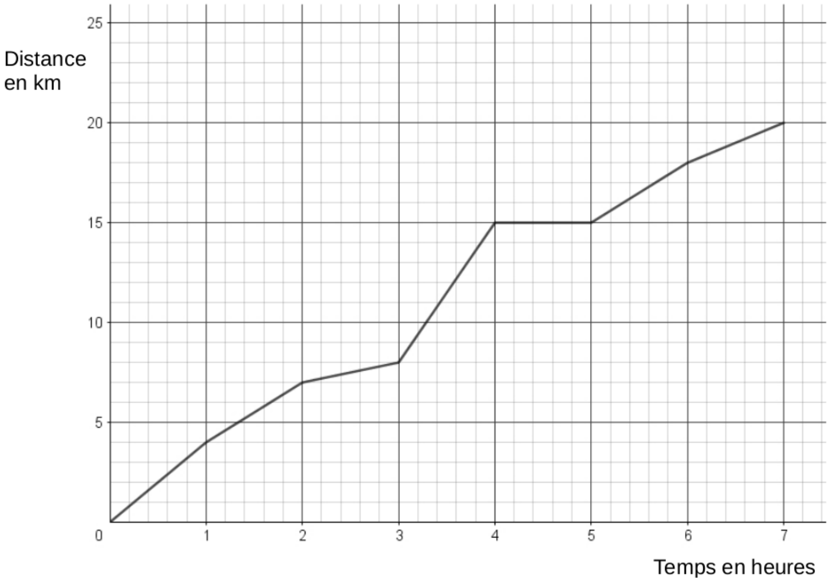
On sait que $CD = 80$ cm d'après l'énoncé
et $AD = AO + OD$
$= 36 + 64 = 100$ cm

donc $AD^2 = AC^2 + CD^2$
devient $100^2 = AC^2 + 80^2$
$10\,000 = AC^2 + 6400$
$AC^2 = 10\,000 - 6400$
$AC^2 = 3600$
Donc $AC = \sqrt{3600} = \boxed{60 \text{ cm}}$

Hauteur totale du meuble : 4 étages + 5 plateaux en bois
$= 4 \times 60 + 5 \times 2$
$= 240 + 10.$
$= \boxed{250 \text{ cm}}$

Exercice 6 ***(14 points)***

Une famille a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-dessous donne la distance parcourue en km en fonction du temps en heures.



1. Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.

Une situation de proportionnalité est toujours représentée par une droite passant par l'origine du repère. Ici, ce n'est pas le cas, cette courbe n'est pas une droite.
Ce graphique ne traduit donc pas une situation de proportionnalité.

2. On utilisera le graphique pour répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

a. Quelle est la durée totale de cette randonnée ?

La durée totale de cette randonnée est 7 heures.

b. Quelle distance cette famille a-t-elle parcourue au total ?

Cette famille a parcouru au total 20 km.

c. Quelle est la distance parcourue au bout de 6 h de marche ?

Au bout de 6 heures de marche, la distance parcourue est de 18 km.

d. Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers km ?

Ils ont parcouru les 8 premiers km au bout de 3 heures.

e. Que s'est-il passé entre la 4ème et la 5ème heure de randonnée ?

Entre la 4^{ième} et la 5^{ième} heure de randonné, la famille n'a pas avancé. Elle a fait une pause.

3. Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée.

Cette famille est-elle expérimentée ? Justifier la réponse.

Il faudrait pouvoir établir la vitesse moyenne de cette famille.

RAPPEL

La vitesse moyenne s'obtient ainsi : $v = \frac{d}{t}$

v : vitesse moyenne.

d : distance parcourue

t : durée du parcours.

Donc ici $v = \frac{d}{t}$

devient $v = \frac{20}{7} < \frac{21}{7} = 3$ km/h.

La famille a réalisé ce parcours avec une vitesse moyenne inférieure à 3 km/h.

Ce n'est donc pas une famille expérimentée car la vitesse moyenne est largement inférieure à 4 km/h.

Exercice 7 ***(14 points)***

Une famille désire acheter, pour les enfants, une piscine cylindrique hors sol équipée d'une pompe électrique. Elle compte l'utiliser cet été du mois de juin au mois de septembre inclus. Elle dispose d'un budget de 200 €.

À l'aide des documents suivants, dire si le budget de cette famille est suffisant pour l'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement.

Laisser toute trace de recherche, même si elle n'est pas aboutie.

Le budget total se décompose de la façon suivante :

Coût du matériel = $\boxed{80 \text{ €}}$

Prix (piscine + pompe) : 80 €.

Prix de l'électricité

Consommation électrique moyenne de la pompe : 3,42 kWh par jour.

Elle compte l'utiliser cet été du mois de juin au mois de septembre inclus.

Nombre de jours sur la période :

juin : 30 jours
juillet : 31 jours
août : 31 jours
septembre : 30 jours
Total : 122 jours.

Document 2

Prix d'un kWh : 0,15 €.
Le kWh (kilowatt-heure) est l'unité de mesure de l'énergie électrique.

Consommation électrique sur la période en Kwh

consommation journalière × nombre de jours.

$= 3,42 \times 122 = 417,24$ kwh

Consommation électrique sur la période en euros

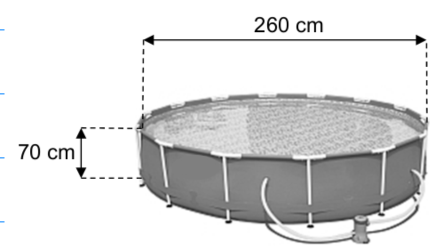
prix d'un Kwh × nombre de kwh

$= 0,15 \times 417,24$

$= 62,586$

$\approx \boxed{62,59\text{ €}}$

Document 1



Caractéristiques techniques

- Hauteur de l'eau : 65 cm.

Consommation d'eau en euros :

prix d'un m³ × volume d'eau en m³

$= $ prix d'un m³ $\times \pi \times r^2 \times h$

$= 2,03 \times \pi \times 1,3^2 \times 0,7$

$\approx \boxed{7,54\text{ €}}$

Diamètre = 260 cm
donc rayon = 130 cm
= 1,30 m

hauteur = 70 cm
= 0,7 m

Document 3

Prix d'un m³ d'eau : 2,03 €.

Document 4

Le volume d'un cylindre est donné par la formule suivante :

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

où r est le rayon du cylindre et h sa hauteur.

Coût total $\approx 80 + 62,59 + 7,54 \approx \boxed{150,13\text{ €}}$

Un budget de 200 € est donc suffisant.