

Chapitre 1

PROPORTIONNALITE

I- Situations de proportionnalité

Rappel :

En sciences, on appelle grandeur un ensemble de données numériques de même nature : des prix, des aires, des durées...

Définition :

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant ou divisant les valeurs de l'autre par un même nombre non nul, appelé « coefficient de proportionnalité ». Dans ce cas on dit qu'on a une « situation de proportionnalité ».

Exemples :

- Le prix payé pour de la viande est proportionnel au poids acheté.
- La taille n'est pas proportionnelle à l'âge.

Pour illustrer une situation de proportionnalité, on utilise souvent un tableau appelé tableau de proportionnalité

Définition :

Un tableau est dit « de proportionnalité » lorsque les valeurs de la grandeur dans une ligne sont proportionnelles aux valeurs de l'autre ligne.

Pour trouver le coefficient, on effectue le calcul suivant $\frac{\text{nombre d'en bas}}{\text{nombre d'en haut}}$

Méthode :

Pour vérifier qu'un tableau est un tableau de proportionnalité, il faut vérifier que TOUTES les valeurs des deux lignes sont bien proportionnelles avec le MÊME coefficient de proportionnalité.

Exemple :

On a relevé dans le tableau ci-dessous le prix payé, en fonction de la quantité d'essence prise par les automobilistes. On va vérifier que ce tableau est bien un tableau de proportionnalité.

| | | | | |
|---------------------------|---|----|----|----|
| Quantité d'essence (en L) | 6 | 8 | 10 | 14 |
| Prix payé (en €) | 9 | 12 | 15 | 21 |

Remarque :

Le coefficient peut être un nombre entier, décimal ou en écriture fractionnaire.

II- Calculer la quatrième proportionnelle

Définition :

Dans un tableau de proportionnalité où l'on connaît trois nombres non nuls sur quatre, le nombre manquant est appelé **quatrième proportionnelle**.

A- Coefficient de proportionnalité

Pour calculer la quatrième proportionnelle, on peut utiliser le coefficient de proportionnalité.

Exemple :

Le carburant pour un tracteur est un mélange de super et d'huile où les doses d'huile et de super sont proportionnelles : il faut 2 doses d'huile pour 3 doses de super. Quelle quantité de super faut-il rajouter si l'on verse d'abord 4,5 L d'huile ?

| | | |
|----------------------|---|-----|
| Dose d'huile (en L) | 2 | 4,5 |
| Dose de super (en L) | 3 | x |

B- Retour à l'unité

Exemple :

Chaque mois, Charles reçoit la même somme d'argent de poche. Il a reçu 75 € en 5 mois. Combien recevra-t-il en 2 ans ?

C- Propriétés d'un tableau de proportionnalité

Pour obtenir les nombres d'une colonne dans un tableau de proportionnalité, on peut :

- Multiplier ou diviser les nombres d'une colonne par un même nombre ;
- Ajouter ou soustraire les nombres d'autres colonnes.

Exemple :

2 kg de pêches coûtent 7 €. Combien coûtent 8 kg ? 10 kg ?

| | | | |
|-----------------------|---|---|----|
| Prix en euros | 7 | | |
| Masse de pêches en kg | 2 | 8 | 10 |

III- Les ratios

A- De quoi s'agit-il ?

On dit que deux nombres **a** et **b** sont dans le ratio 2:3 par exemple, lorsque ce tableau est de proportionnalité :

| | | |
|---------|----------|----------|
| ratio | 2 | 3 |
| nombres | a | b |

On dit que trois nombres **a**, **b** et **c** sont dans le ratio 2:3:7 par exemple, lorsque ce tableau est de proportionnalité :

| | | | |
|---------|----------|----------|----------|
| ratio | 2 | 3 | 7 |
| nombres | a | b | c |

Exemple :



Ingrédients :

- 1 yaourt nature
- 2 pots de sucre
- 1 sachet de sucre vanillé
- 3 pots de farine
- 1/2 pot d'huile
- 3 oeufs
- 1/2 sachet de levure chimique
- 1 pincée de sel

Dans la recette du gâteau yaourt, dont on donne ici à gauche la liste des ingrédients, la quantité de yaourt, de sucre, de farine et d'huile est exprimée dans un ratio 1:2:3:1/2

Pour 1 pot de yaourt, il faut 2 pots de sucre, 3 pots de farine et 1/2 pot d'huile.

B- Comment partager une quantité selon un ratio donné ?

Exemple :

On souhaite partager 200 € selon le ratio 2:3:5. Marc obtiendra l'équivalent de 2 parts. Aurélie obtiendra l'équivalent de 3 parts. Hugo obtiendra l'équivalent de 5 parts.

Pour cela, on complète ce tableau de proportionnalité :

| | | | | |
|--------------|---|---|---|------------|
| | | | | TOTAL |
| ratio | 2 | 3 | 5 | 2+3+5 = 10 |
| Somme (en €) | | | | 200 |

On obtient :

| | | | | |
|--------------|----|----|-----|------------|
| | | | | TOTAL |
| ratio | 2 | 3 | 5 | 2+3+5 = 10 |
| Somme (en €) | 40 | 60 | 100 | 200 |

$$\frac{200}{10} \times 5 = 100 ; \frac{200}{10} \times 3 = 60 ; \frac{200}{10} \times 2 = 40$$

Marc aura 40€, Aurélie 60€ et Hugo 100€.