Chapitre : Résolution d'équations.

I – Equations du type $x + a = b$.

Exemples : ① $x + 3 = 4$

$x + \cancel{3} \cancel{-3} = 4 - 3$

$x = 1$

② $x - 4 = 7$

$x \cancel{-4} \cancel{+4} = 7 + 4$

$x = 11$

③ $x + 9 = 7$

$x \cancel{+9} \cancel{-9} = +7 - 9$

$x = -2$

④ $x - 5 = -13$

$x \cancel{-5} \cancel{+5} = -13 + 5$

$x = -8$

Règle générale : Pour tous nombres a et b

① L'équation $x + a = b$ a pour solution $\boxed{x = b - a}$

② L'équation $x - a = b$ a pour solution $\boxed{x = b + a}$

Preuve :

$x + a = b$

$x + \cancel{a} \cancel{-a} = b - a$

$x = b - a$

$x - a = b$

$x \cancel{-a} \cancel{+a} = b + a$

$x = b + a$

II – Equations du type $a \times x = b$.

Exemples : ① $2x = 3$

$\frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2} \times x = \frac{1}{2} \times 3$

$x = \frac{3}{2}$

② $\frac{2}{3} x = \frac{5}{12}$

$\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times x = \frac{3}{2} \times \frac{5}{12}$

$x = \frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{5}{\cancel{3} \times 4}$

$x = \frac{5}{8}$

③ $-\frac{7}{3} x = \frac{14}{15}$

$-\frac{\cancel{3}}{\cancel{7}} \times \left(-\frac{\cancel{7}}{\cancel{3}}\right) \times x = -\frac{3}{7} \times \frac{14}{15}$

$x = -\frac{\cancel{3}}{\cancel{7}} \times \frac{2 \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times 5}$

$x = -\frac{2}{5}$.

Règle générale : Pour tous nombres a et b, a différent de zéro (car la division par zéro n'existe pas)

L'équation $a x = b$ a pour solution $\boxed{x = \frac{b}{a}}$

Preuve : $a x = b$

$\frac{1}{\cancel{a}} \times \cancel{a} \times x = \frac{1}{a} \times b$

$\boxed{x = \frac{b}{a}}$

$\frac{1}{a}$ existe car $a \neq 0$.

III – Equations du type $a x + b = c$.

Exemples : ① $2x + 3 = 15$

$2 \times x + 3 = 15$

$2x + \cancel{3} \cancel{-3} = 15 - 3$

$2 \times x = 12$

$\frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2}\, x = \frac{1}{2} \times 12$

$x = 6$

vérification : $2 \times 6 + 3 = 15$ OK.

② $\frac{2}{3} x + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$

$\frac{2}{3} x + \cancel{\frac{5}{2}} \cancel{-\frac{5}{2}} = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}$

$\frac{2}{3} x = \frac{7 - 5}{2}$

$\frac{2}{3} x = \frac{2}{2}$

$\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times x = 1 \times \frac{3}{2}$

$x = \frac{3}{2}$.

$\frac{3}{2}$ est solution de l'équation $\frac{2}{3} x + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$.

Règle générale : Pour tout nombre a, b, c avec $a \neq 0$,

L'équation $a x + b = c$ a pour solution $\boxed{x = \frac{c - b}{a}}$

Preuve : $a x + b = c$

$a x + \cancel{b} \cancel{-b} = c - b$

$\frac{1}{\cancel{a}} \times \cancel{a} \times x = \frac{1}{a} \times (c - b)$

$x = \frac{c - b}{a}$

L'inverse de a existe car $a \neq 0$.

IV – Equations du type $a \times (x + b) = c$

Exemples : ① $2 \times (x + 7) = 18$.

$\frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2} \times (x + 7) = \frac{1}{2} \times 18$

$x + 7 = 9$

$x \cancel{+7} \cancel{-7} = 9 - 7$

$x = 2$

2 est solution de l'équation $2(x + 7) = 18$.

② $-\frac{1}{2} \times \left(x + \frac{3}{4}\right) = \frac{3}{8}$

$-\cancel{2} \times \left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right) \times \left(x + \frac{3}{4}\right) = -2 \times \frac{3}{8}$

$x + \frac{3}{4} = -\cancel{2} \times \frac{3}{\cancel{2} \times 4}$

$x + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$

$x + \cancel{\frac{3}{4}} \cancel{-\frac{3}{4}} = -\frac{3}{4} - \frac{3}{4}$

$x = -\frac{6}{4}$.

$x = -\frac{\cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times 2}$

$x = \boxed{-\frac{3}{2}}$

Règle générale : Pour tout nombre a, b, c avec $a \neq 0$

① L'équation $a(x + b) = c$ a pour solution $x = \boxed{\frac{c}{a} - b}$

② L'équation $a(x - b) = c$ a pour solution $x = \boxed{\frac{c}{a} + b}$

Preuve : pour le ①

$a(x + b) = c$

$\frac{1}{\cancel{a}} \times \cancel{a}(x + b) = \frac{1}{a} \times c$

$x \cancel{+b} \cancel{-b} = \frac{c}{a} - b$

$x = \frac{c}{a} - b$.