

## FONCTIONS LINEAIRES – FONCTIONS AFFINES

### 1. Définitions

On se donne deux nombres  $a$  et  $b$ .

On appelle **FONCTION LINÉAIRE** une fonction de la forme :  $x \longmapsto a x$

On appelle **FONCTION AFFINE** une fonction de la forme :  $x \longmapsto a x + b$

$a$  = le coefficient-directeur et  $b$  = l'ordonnée à l'origine

Remarque : Une fonction linéaire est une fonction affine particulière (en prenant  $b = 0$ )

#### EXEMPLE :

Voici les tarifs d'entrée dans un stade de football :

**TARIF 1** : 8€ l'entrée

**TARIF 2** : 4€ l'entrée pour tous ceux qui possèdent une « carte demi-tarif »,  
cette carte ayant coûté 40€.

a) Complète ce tableau :

Nombre d'entrées $x$	6	11	15
Prix au TARIF 1	$6 \times 8 = 48$	$11 \times 8 = 88$	$15 \times 8 = 120$
Prix au TARIF 2	$40 + 6 \times 4 = 64$	$40 + 11 \times 4 = 84$	$40 + 15 \times 4 = 100$

b) On note  $x$  le nombre d'entrées.

Exprime le prix au TARIF 1 en fonction de  $x$  :  $P_1(x) = x \times 8$

Exprime le prix au TARIF 2 en fonction de  $x$  :  $P_2(x) = 40 + x \times 4$

La fonction  $P_1$  est une fonction **linéaire** (avec  $a = 8$ )

La fonction  $P_2$  est une fonction **affine** (avec  $a = 4$  et  $b = 40$ )

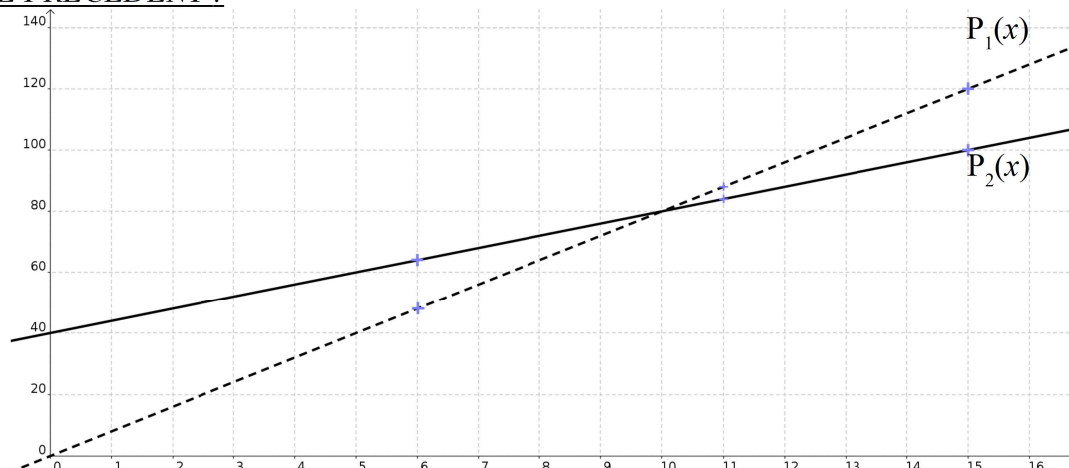
### 2. Représentations graphiques

La représentation graphique d'une **fonction linéaire** est **UNE DROITE QUI PASSE PAR L'ORIGINE DU REPERE.**

La représentation graphique d'une **fonction affine** est **UNE DROITE.**

Pour tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine, on trace un tableau de valeurs.  
(**1ère ligne** : les antécédents, ou abscisses ; **2ème ligne** : les images, ou ordonnées)

#### EXEMPLE PRÉCÉDENT :



### 3. Calculer et lire l'image d'un nombre par une fonction linéaire ou affine

EXEMPLE :  $P_1(x) = 8x$  et  $P_2(x) = 4x + 40$

Calculer l'image de 7 par les fonctions  $P_1$  et  $P_2$ .

Image de 7 par la fonction  $P_1$  :  $P_1(7) = 8 \times 7 = 56$  l'image de 7 par la fonction  $P_1$  est 56

Image de 7 par la fonction  $P_2$  :  $P_2(7) = 4 \times 7 + 40 = 68$  l'image de 7 par la fonction  $P_2$  est 68

LECTURE GRAPHIQUE : On peut aussi faire une lecture graphique pour vérifier nos résultats : trace les pointillés en rouge sur le graphique précédent.

INTERPRETATION : Le prix de 7 entrées au TARIF 1 est de 56 €.

Le prix de 7 entrées au TARIF 2 est de 68 €.

### 4. Calculer et lire l'antécédent d'un nombre par une fonction linéaire ou affine

EXEMPLE :  $P_1(x) = 8x$  et  $P_2(x) = 4x + 40$

Calculer l'antécédent de 50 par les fonctions  $P_1$  et  $P_2$ .

Antécédent de 50 par la fonction  $P_1$  :  $8x = 50$ .

On résout l'équation :

$$x = \frac{50}{8}$$

$$x = 6,25$$

L'antécédent de 50 par la fonction  $P_1$  est 6,25.

Antécédent de 50 par la fonction  $P_2$  :  $4x + 40 = 50$ .

On résout l'équation :

$$4x = 50 - 40$$

$$4x = 10$$

$$x = \frac{10}{4}$$

$$x = 2,5$$

L'antécédent de 50 par la fonction  $P_2$  est 2,5

LECTURE GRAPHIQUE : On peut aussi faire une lecture graphique pour vérifier nos résultats : trace les pointillés en vert sur le graphique précédent.

INTERPRETATION : Avec 50€ on peut faire 6 entrées au TARIF 1.

Avec 50€ on peut faire 2 entrées au TARIF 2.

## 5. Déterminer l'expression de la fonction grâce à sa représentation graphique

On se donne une fonction linéaire  $L : x \mapsto ax$  et une fonction affine  $F : x \mapsto ax + b$

On appelle **a** le **coefficient-directeur** de la fonction. Il donne la direction de la droite représentative de la fonction.

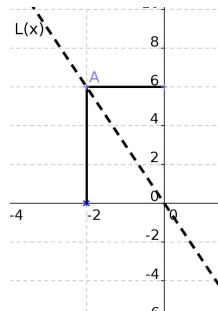
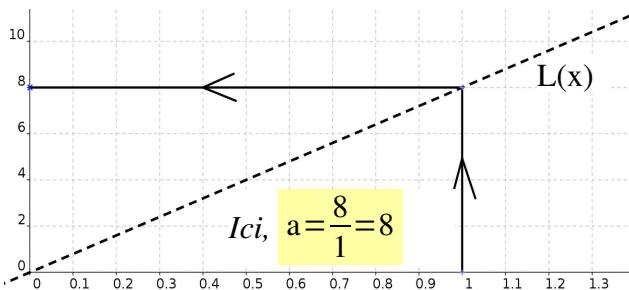
On appelle **b** l'**ordonnée à l'origine**.

Dans le cas de la fonction linéaire L :

On considère un point  $A(x_A; y_A)$

sur la droite représentative de la fonction linéaire  $L : x \mapsto ax$

Alors  $a = \frac{y_A}{x_A}$



Ici, on choisit un point A dont on lit facilement les coordonnées :  $A(-2 ; 6)$ .

On divise l'ordonnée par l'abscisse :

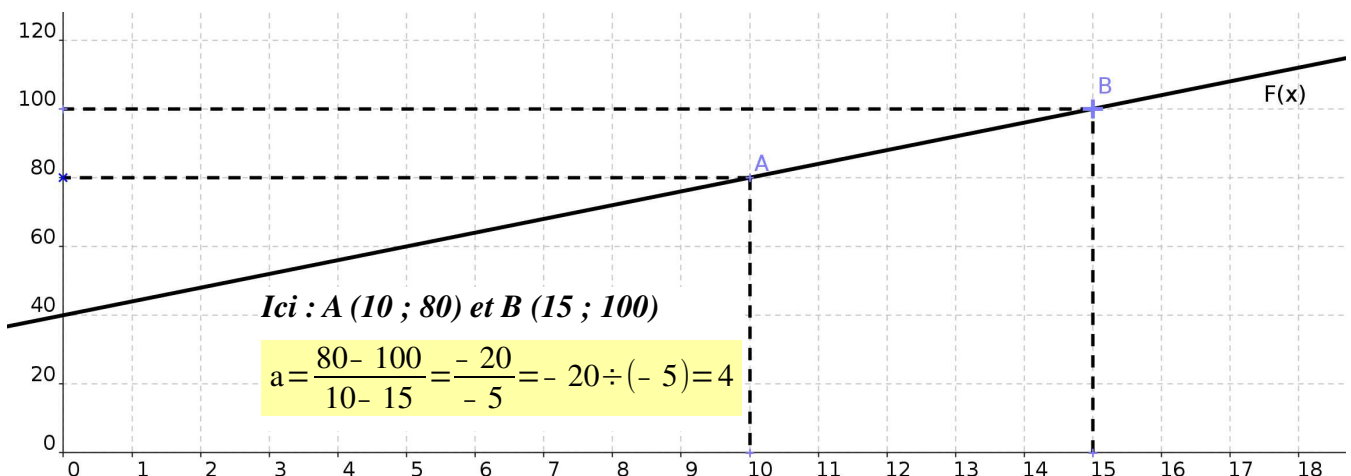
$a = \frac{6}{-2} = -3$

Dans le cas de la fonction affine F :

- On considère un point  $A(x_A; y_A)$  et un point  $B(x_B; y_B)$  sur la droite représentative de la fonction affine  $F : x \mapsto ax + b$

Alors le coefficient-directeur  $a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$  et l'ordonnée à l'origine  $b = F(0)$

- Sur le graphique, on choisit deux points dont on lit facilement les coordonnées. On soustrait les ordonnées ; on soustrait les abscisses (dans le même ordre) ; on effectue la division. On obtient a.



- Et  $b = F(0)$

Sur le graphique, b est l'ordonnée du point d'abscisse 0.

