

La semaine dernière, nous avons étudié la proportionnalité.

Nous allons continuer à l'étudier en utilisant une quatrième méthode pour compléter un tableau de proportionnalité et en découvrant les pourcentages. Le calcul de pourcentage est une des applications les plus courantes de la proportionnalité. En effet, on utilise souvent les pourcentages dans la vie courante : par exemple, lorsqu'il y a des réductions dans les magasins ou lors de sondages (pour les élections, ou autres...).

I. Coefficient de proportionnalité

1°) Rappel

Pour représenter une situation de proportionnalité, on utilise souvent un tableau de proportionnalité. Par définition, on passe d'une ligne du tableau à l'autre ligne en multipliant par un même nombre (non nul), pour chaque colonne du tableau. Ce nombre s'appelle le **coefficient de proportionnalité**. Si on passe dans l'autre sens, on divise par le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Sachant qu'un croissant coûte 1,02 €, voici les prix de 2 ; 3 ; 4 ; 5 croissants.

Nombre de croissants	1	2	3	4	5
Prix (€)	1,02	2,04	3,06	4,08	5,1

Diagramme illustrant le coefficient de proportionnalité 1,02. Une flèche circulaire à gauche indique la multiplication par 1,02 pour passer de la première ligne à la deuxième. Une flèche circulaire à droite indique la division par 1,02 pour passer de la deuxième ligne à la première.

Dans cet exemple, le coefficient de proportionnalité est le prix d'un croissant : 1,02. On est passé de la 1^{ère} ligne à la 2^{ème} ligne en multipliant par 1,02 et on est passé de la 2^{ème} ligne à la 1^{ère} ligne en divisant par 1,02.

Dans l'exemple 1 du chapitre 14, le prix payé par les automobilistes était proportionnel à la quantité d'essence achetée. On passait de la première ligne à la seconde en multipliant par 1,5. Le coefficient de proportionnalité du tableau était donc 1,5. Cela signifiait que le prix d'un litre d'essence était 1,5 €.

2°) Compléter un tableau grâce au coefficient de proportionnalité

Voici un tableau de proportionnalité à remplir en utilisant le coefficient de proportionnalité :

Temps (h)	4	6
Distance parcourue (km)	10	

On cherche par quel nombre on multiplie 4 pour obtenir 10.

$4 \times \dots = 10$. On cherche donc le nombre qui, multiplié par 4, donne 10.

Par définition (voir le chapitre 11), ce nombre est le quotient $\frac{10}{4}$. Or $\frac{10}{4} = 2,5$.

Le coefficient de proportionnalité de ce tableau est 2,5.

On calcule ensuite : $6 \times 2,5 = 15$ et on complète le tableau :

Temps (h)	4	6
Distance parcourue(km)	10	15

Diagramme illustrant le coefficient de proportionnalité 2,5. Une flèche circulaire à droite indique la multiplication par 2,5 pour passer de la première ligne à la deuxième.

II. Pourcentages

Définition : Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité et c'est une fraction dont le dénominateur est 100.

Exemples : $8\% = \frac{8}{100}$; $16,9\% = \frac{16,9}{100}$; $57\% = \frac{57}{100}$.

- La phrase « Un gâteau contient 5 % de sucre » signifie deux choses :
 - La masse de sucre est proportionnelle à la masse de gâteau ;
 - Dans 100 g de gâteau, il y a 5 g de sucre. (on utilise la même unité : ici, le gramme)
- Un pourcentage s'utilise rarement seul. On parle de pourcentage d'électeurs, de pourcentage de réduction, de pourcentage de sucre dans un aliment, etc.

Pour calculer un pourcentage, on peut utiliser deux méthodes :

Méthode 1 : Pour calculer un pourcentage, on peut utiliser un tableau de proportionnalité et y placer une colonne dans laquelle une des quantités est égale à 100.

Exemple 1 : Dans un sachet de frites surgelées, il y a 7 % de matières grasses après cuisson en friteuse. Quelle masse de matières grasses vais-je avaler si je mange une barquette de 230 g de frites ?

« Il y a 7 % de matières grasses » signifie que la masse de matières grasses et la masse de frites sont proportionnelles et que 100 g de frites contiennent 7 g de matières grasses.

Pour connaître la masse de matières grasses, je peux utiliser un tableau de proportionnalité :

Masse de frites (g)	100	230
Masse de matières grasses (g)	7	?

On cherche le coefficient de proportionnalité de ce tableau, autrement dit le nombre qui, multiplié par 100, donne 7. Ce nombre est $\frac{7}{100} = 0,07$. Puis on calcule : $230 \times 0,07 = 16,1$.

Je vais donc avaler 16,1 g de matières grasses en mangeant ma barquette de frites.

Méthode 2 : Pour calculer un pourcentage, on peut utiliser la propriété suivante :

Propriété : Calculer « 5 % d'un nombre », c'est multiplier ce nombre par $\frac{5}{100}$ ou par 0,05.

Pour appliquer un pourcentage, on respecte les étapes suivantes :

Exemple : Calculer 15 % de 457 €.

Etape 1 : Je mets le pourcentage sous forme de fraction de dénominateur 100 : ici, c'est $\frac{15}{100}$

Etape 2 : Je multiplie cette fraction par le nombre : ici, c'est $\frac{15}{100} \times 457$ (ou $0,15 \times 457$)

Etape 3 : J'effectue les calculs : $\frac{15}{100} \times 457 = 0,15 \times 457 = 68,55$

Etape 4 : Je conclus : 15 % de 457 € représentent 68,55 €.

Ainsi, en reprenant l'exemple 1 ci-dessus (au sujet des frites), on obtient :

7 % de 230 g, c'est $\frac{7}{100} \times 230 \text{ g} = 0,07 \times 230 \text{ g} = 16,1 \text{ g}$.

Exemple 2 : Une chemise coûte 52 €. Patrick obtient une remise de 20 %.

Quelle est la réduction obtenue par Patrick ? Combien va-t-il payer sa chemise ?

20 % de 52 €, c'est $\frac{20}{100} \times 52 \text{ €} = 0,2 \times 52 \text{ €} = 10,4 \text{ €}$.

Patrick obtiendra une remise de 10,4 €.

$52 \text{ €} - 10,4 \text{ €} = 41,6 \text{ €}$. Patrick paiera sa chemise 41,60 €.

III. Pourcentages particuliers

Prendre 25 % d'un nombre, c'est le multiplier par $\frac{25}{100}$.

Or $\frac{25}{100} = 0,25 = \frac{1}{4}$. Et prendre un quart d'une quantité, c'est diviser cette quantité par 4.

Prendre 50 % d'un nombre, c'est le multiplier par $\frac{50}{100}$.

Or $\frac{50}{100} = 0,5 = \frac{1}{2}$. Et multiplier par 0,5, c'est prendre la moitié, donc diviser par 2.

Prendre 75 % d'un nombre, c'est le multiplier par $\frac{75}{100}$.

Or $\frac{75}{100} = 0,75 = \frac{3}{4}$. Et prendre trois quarts d'une quantité, c'est diviser cette quantité par 4, puis multiplier le résultat par 3.

Prendre 10 % d'un nombre, c'est le multiplier par $\frac{10}{100}$.

Or $\frac{10}{100} = 0,1 = \frac{1}{10}$. Et multiplier par 0,1, c'est diviser par 10, donc décaler la virgule de 1 rang vers la droite.

On retient que : $\frac{1}{4} = 0,25$; $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{3}{4} = 0,75$ et les propriétés suivantes :

Propriétés :

- 1) Calculer 25% d'une quantité revient à la diviser par 4.
- 2) Calculer 50% d'une quantité revient à la diviser par 2.
- 3) Calculer 75% d'une quantité revient à la diviser par 4 et multiplier le résultat par 3.
- 4) Calculer 100 % d'une quantité revient à la multiplier par 1, donc à la garder telle quelle.
- 5) Calculer 10% d'une quantité revient à la diviser par 10.

Exemples :

- 1) 25 % de 160 est 40 car $160 \div 4 = 40$.
- 2) 50 % de 160 est 80 car $160 \div 2 = 80$.
- 3) 75 % de 160 est 120 car $160 \div 4 = 40$ et $40 \times 3 = 120$.
- 4) 100 % de 160 est 160.
- 5) 10 % de 160 est 16 car $160 \div 10 = 16$.