Brevet des collèges 2017

Proposition de correction du sujet de mathématiques du brevet (DNB)

Collège Juliette DODU, 29 Juin 2017

• Exercice 1 :

1) Notons B l'événement : « la boule tirée est bleue » et V l'événement : « la boule tirée est verte »

Il n'y a que deux couleurs possibles : bleu ou vert. Les événements B et V sont contraires.

On a $p(B) + p(V) = 1$ donc $p(B) = 1 - p(V) = 1 - \frac{2}{5}$

donc $p(B) = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Remarque : Les événements B et V sont également incompatibles.

2) Au 7ème tirage, les probabilités restent inchangées, il y a plus de chances de tirer une boule bleue qu'une verte car $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$

3) Plusieurs méthodes possibles : par test ou à l'aide d'une équation.

première méthode : nous remarquons que $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$

et $\frac{12}{20} = \frac{\text{nombre de boules bleues dans l'urne}}{\text{nombre total de boules dans l'urne}}$

Il y a 8 boules vertes, nous remarquons que $20 = 12 + 8$

$\frac{12}{20} = \frac{12}{12+8}$

Il y a donc 12 boules bleues.

deuxième méthode :

Notons x le nombre de boules bleues dans l'urne (x est un nombre positif).

$p(B) = \frac{\text{nombre de boules bleues dans l'urne}}{\text{nombre total de boules dans l'urne}}$

Donc $p(B) = \frac{x}{x+8}$

Comme $p(B) = \frac{3}{5}$ alors nous sommes amenés à résoudre l'équation suivante :

$$\frac{x}{x+8} = \frac{3}{5}$$

Ainsi, $3(x + 8) = 5x$ ce qui nous donne $5x = 3x + 24$ et donc $2x = 24$ ainsi $x = 12$

• Exercice 2 :

1) Les coordonnées du point de départ sont $(-200; -100)$

2) Cinq triangles sont dessinés par le script.

3) a) Notons l la longueur du côté du deuxième triangle côté est : $l = 80$ (car 100 - 20 = 80)

b) Les triangles sont les uns à côté des autres, du plus grand au plus petit

4) Il faut modifier l'instruction numéro 8.

• Exercice 3 :

1) La représentation graphique de la tension en fonction du temps n'est pas une droite passant par l'origine.

La situation n'est pas une situation de proportionnalité.

2) Une lecture graphique nous permet de dire qu'au bout de 0,2 s, la tension mesurée est de 4,4 V.

3) 60% de la tension maximale = 60% de 5V c'est-à-dire 3V qui est atteint au bout de 0,09 s.

• Exercice 4 :

notons p le demandé. Une lecture du tableau donné (pour le mois de mai 2015) nous permet d'écrire : $p = 0,1395 \times 31\ 420 \approx 4\ 383$

Le prix demandé est d'environ 4 383 euros.

2) Le triangle ABC est rectangle en C, nous pouvons utiliser la trigonométrie.

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{ABC}} = \frac{AC}{BC}$$

Ainsi,$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{7-4,8}{4,5} = \dfrac{2,2}{4,5}$

Nous pouvons écrire : $\widehat{ABC} = arctan\left(\dfrac{2,2}{4,5}\right) \approx 26$

L'angle $\widehat{ABC}$ mesure environ 26 degrés.

3) a) Le triangle ABC est rectangle en C, nous pouvons utiliser le théorème de Pythagore et écrire : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = 2,2^2 + 4,5^2 = 4,84 + 20,25 = 25,09$

Ainsi, $AB = \sqrt{25,09} \approx 5$

En conclusion, la longueur AB est environ égale à 5 mètres.

b) Le pan sud du toit est un rectangle de dimensions 7,5 m et 5m. L'aire de ce pan sud est donc égale à 37,5 m^2 (car $7,5 \times 5 = 37,5$)

L'aire d'un panneau photovoltaïque est de 1 m^2 (car $1 \times 1 = 1$) donc l'aire de 20 panneaux photovoltaïques est de 20 m^2

$\frac{20}{37,5} \approx 0,53$. Le pourcentage recherché est de 53%

c) Les panneaux doivent être accolés les uns aux autres et on doit laisser une bordure de 30 cm (0,3 m) de large tout autour de l'ensemble des panneaux.

Un panneau a la forme d'un carré de 1m de côté.

La longueur du toit est de 7,5 m, on peut donc mettre 6 panneaux et avoir 60 cm (2×30) de bordure.

Sur la largeur de 5 m, on peut mettre 4 panneaux et avoir 60 cm (2×30) de bordure.

$6 \times 4 = 24$.

Conclusion : le propriétaire peut donc installer les 20 panneaux prévus.

• Exercice 5 :

Notons v la vitesse (exprimée en m/s), d la distance (exprimée en m) et enfin t la durée (exprimée en seconde)

Nous savons que $v = \frac{d}{t}$.

Ainsi, $v = \frac{50}{24,07} \approx 2,08\, m/s$

D'autre part, $6\, km/h = 6 \div$ **3,6** $m/s \approx 1,67\, m/s$

Conclusion : Comme $2,08 > 1,67$, la nageuse danoise a nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à $6\, km/h$

2)a)

$$\begin{aligned} E &= (3x+8)^2 - 64 \\ E &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 8 + 8^2 - 64 \\ E &= 9x^2 + 48x + 64 - 64 \\ E &= 9x^2 + 48x \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} E &= (3x+8)^2 - 64 \\ E &= 9x^2 + 48x \\ E &= 3x \times 3x + 3x \times 16 \\ E &= 3x \times (3x+16) \end{aligned}$$

c) Nous cherchons à résoudre $E = 0$. Nous avons trois expressions de E : l'expression initiale, la forme développée et la forme factorisée.

Pour résoudre $E = 0$, nous allons choisir la forme factorisée.

$E = 0$ équivaut à $3x \times (3x + 16) = 0$

Nous reconnaissons une équation produit nul.

$$\begin{array}{lllll}
3x \times (3x+16) = 0 & \text{est équivalent à} & 3x = 0 & \text{ou} & 3x + 16 = 0 \\
 & \text{est équivalent à} & x = \dfrac{0}{3} & \text{ou} & 3x + 16 - 16 = 0 - 16 \\
 & \text{est équivalent à} & x = 0 & \text{ou} & 3x = -16 \\
 & \text{est équivalent à} & x = 0 & \text{ou} & x = \dfrac{-16}{3}
\end{array}$$

Conclusion : Les solutions de l'équation proposée sont 0 et $\dfrac{-16}{3}$

3) Nous savons que $d = k \times V^2$ donc $V^2 = \dfrac{d}{k}$. Comme V est un nombre positif alors $V = \sqrt{\dfrac{d}{k}}$

$V = \sqrt{\dfrac{15}{0,14}} \approx 10,35$

Conclusion : La vitesse recherchée est égale à $10,35$ m/s

• Exercice 6 :

1) a) Pour répondre à la question, il suffit de regarder le nombre de personnes qui ont un IMC supérieur ou égal à 25.

Conclusion : Une lecture du tableau nous permet de dire que trois employés sont en situation de surpoids ou obésité dans cette entreprise.

b) La formule correcte est : =B2/(B1*B1)

2) a) Notons I_M l'IMC moyen des employés de cette entreprise.

$$I_M = \frac{20 \times 9 + 22 \times 12 + 23 \times 6 + 24 \times 8 + 25 \times 2 + 29 + 30 + 33 \times 2}{41} = \frac{949}{41} \approx 23$$

Conclusion : L'IMC moyen des employés de cette entreprise est environ égal à 23.

c) Il y a 41 personnes dans cette entreprise. Partageons cette population en deux groupes de même effectif. Notons Me l'IMC médian.

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{\text{un groupe des 20 premières valeurs rangées dans l'ordre croissant}} \; -Me- \; \underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{\text{un groupe des 20 dernières valeurs rangées dans l'ordre croissant}}$$

Me est la 21ème valeur (de cette série statistique) rangée dans l'ordre croissant.

Dans le tableau donné les IMC sont déjà rangés dans l'ordre croissant.

Nous constatons que les 9 premières valeurs (rangées dans l'ordre croissant) sont 20 (IMC = 20). De la 10ème valeur à la 21ème valeur rangée dans l'ordre croissant, l'IMC vaut 22.

Par conséquent, la 21ème valeur (de cette série statistique) rangée dans l'ordre croissant est 22.

Me = 22

Conclusion : L'IMC médian est égal à 22.
Au moins la moitié des effectifs possède un IMC inférieur à 22.

c) $\dfrac{6}{41} \times 100 = \dfrac{600}{41} \approx 14,6$

Comme 14,6 > 5 alors c'est bien le cas pour les employés de cette entreprise.

• Exercice 7 :

1) Dressons un tableau avec l'ensemble des données.

Masse de fraises (en kg)	1	1,8
Masse de sucre (en kg)	0,7	x

Nous recherchons la valeur de x.

Nous sommes dans une situation de proportionnalité. Le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité.

Nous pouvons écrire ; $x = \dfrac{1,8 \times 0,7}{1} = 1,26$

Conclusion : Léo a besoin de 1,26 kilogrammes de sucre (ou 1260 grammes)

2) 2,7L = 2700 cm^3.

Notons V le volume d'un pot cylindrique. $V = \pi \times 3^2 \times (12 - 1) = 99 \times \pi \approx 311$

Le volume d'un pot cylindrique est égal à 311 cm^3.

Notons n le nombre de pots.

$n = \dfrac{2700}{99\pi} \approx 8,68$.

Or n est un nombre entier positif.

Conclusion : Nous pouvons remplir entièrement 8 pots.

3) a) Notons L la longueur de l'étiquette.
$L = 2 \times \pi \times R$ où R est le rayon du pot.

On peut écrire aussi : $L = \pi \times d$ où d est le diamètre du pot.

$L = 6 \times \pi \approx 18,8$

Conclusion : La longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm.

b) La hauteur de l'étiquette est 12 cm, donc à l'échelle $\dfrac{1}{3}$ on obtient une hauteur de 4 cm.

La longueur de l'étiquette est 18,8 cm, donc à l'échelle $\dfrac{1}{3}$ on obtient une longueur d'environ 6,3 cm.

Il suffit de tracer un rectangle dont les dimensions sont 4 cm et 6,3 cm.