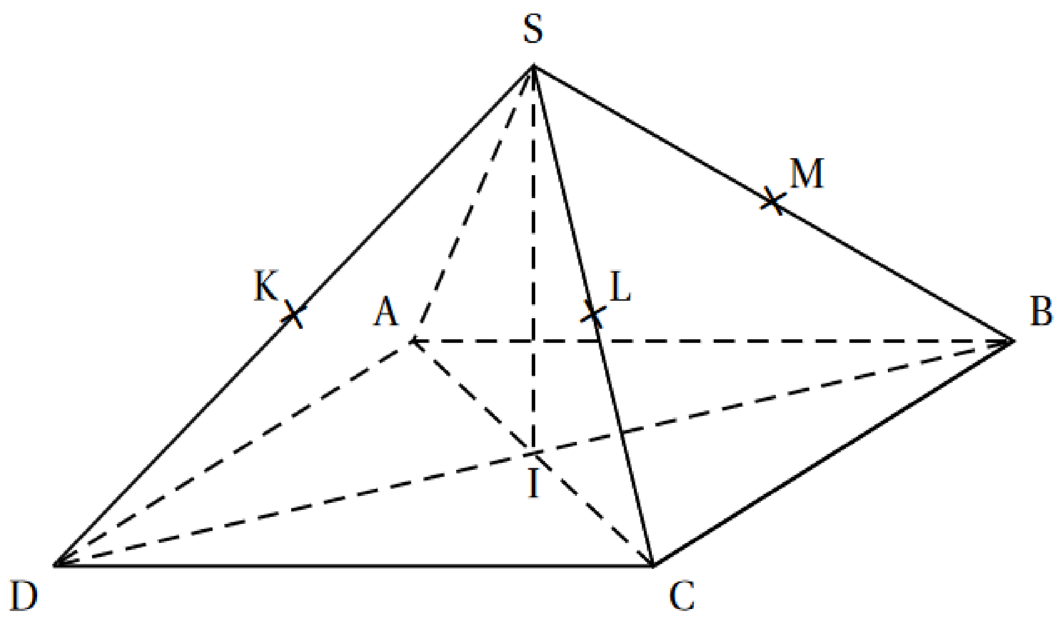
Chapitres
Espace

Contexte:

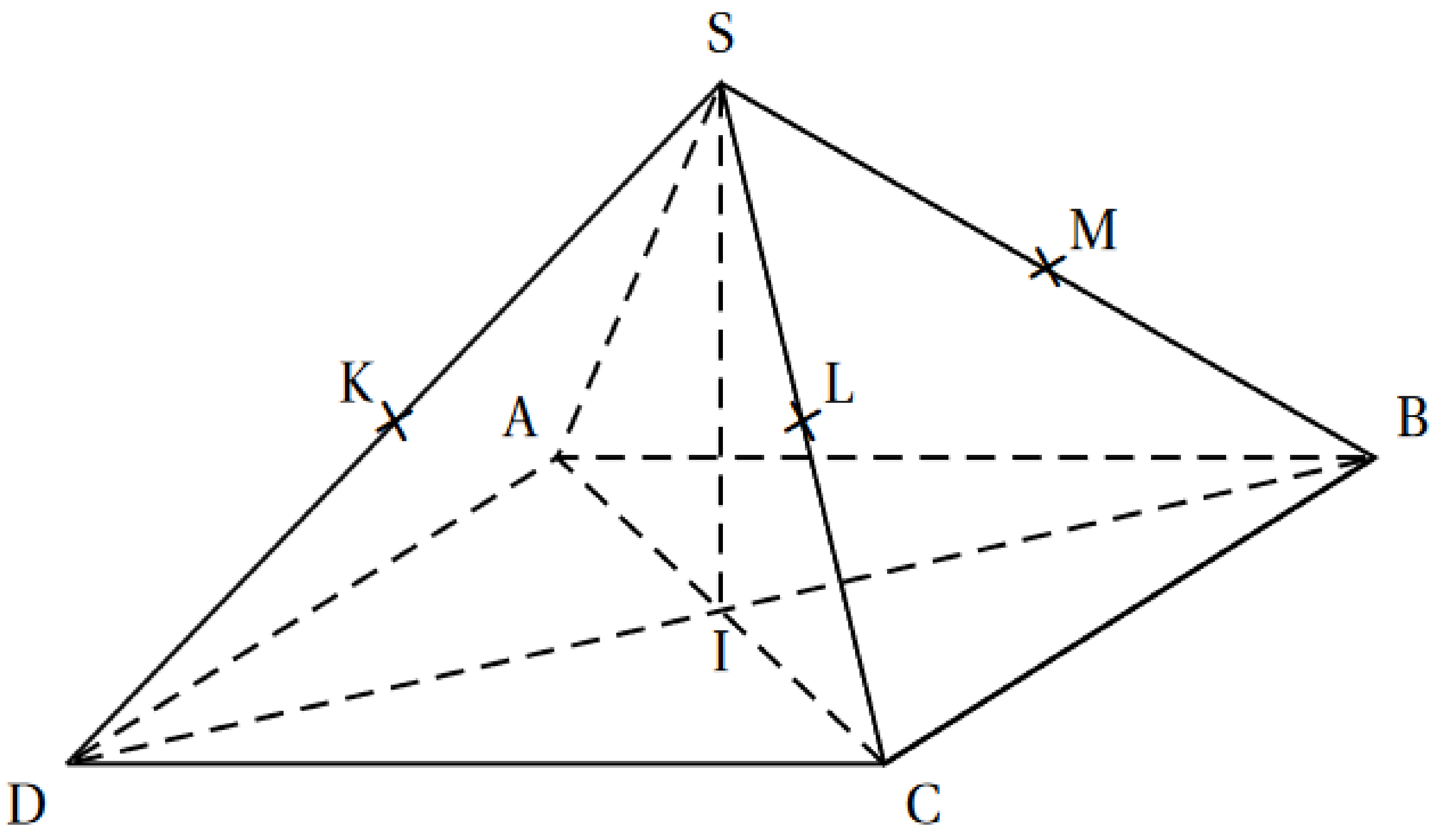
- SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD.
- Le point I est le centre du carré ABCD
- On suppose que: $IC = IB = IS = 1$
- K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes $[SD]$, $[SC]$ et $[SB]$.



Les questions 1 à 7 forment un QCM:
Trouver pour chacune des questions l'unique bonne réponse parmi les quatre proposées.

1

- SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD
- Le point I est le centre du carré ABCD
- On suppose que:
$$IC = IB = IS = 1$$
- K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes $[SD]$, $[SC]$ et $[SB]$.

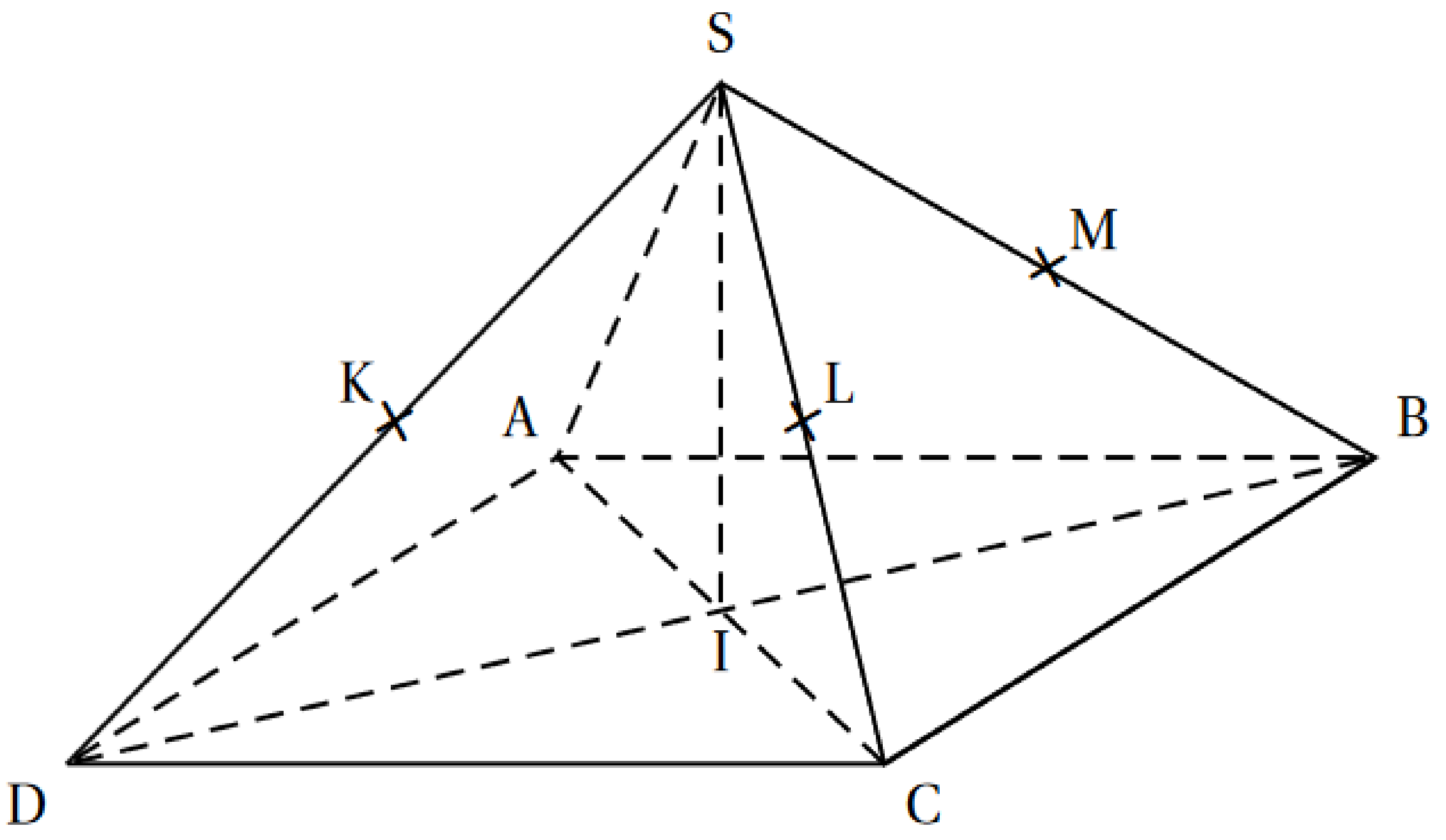


Les droites suivantes ne sont pas coplanaires:

a) $(\boldsymbol{DC})$ et $(\boldsymbol{SD})$	b) $(\boldsymbol{AS})$ et $(\boldsymbol{IC})$	c) $(\boldsymbol{AC})$ et $(\boldsymbol{SB})$	d) $(\boldsymbol{LM})$ et $(\boldsymbol{AD})$

2

- SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD
- Le point I est le centre du carré ABCD
- On suppose que:
  $$IC = IB = IS = 1$$
- K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes $[SD]$, $[SC]$ et $[SB]$.

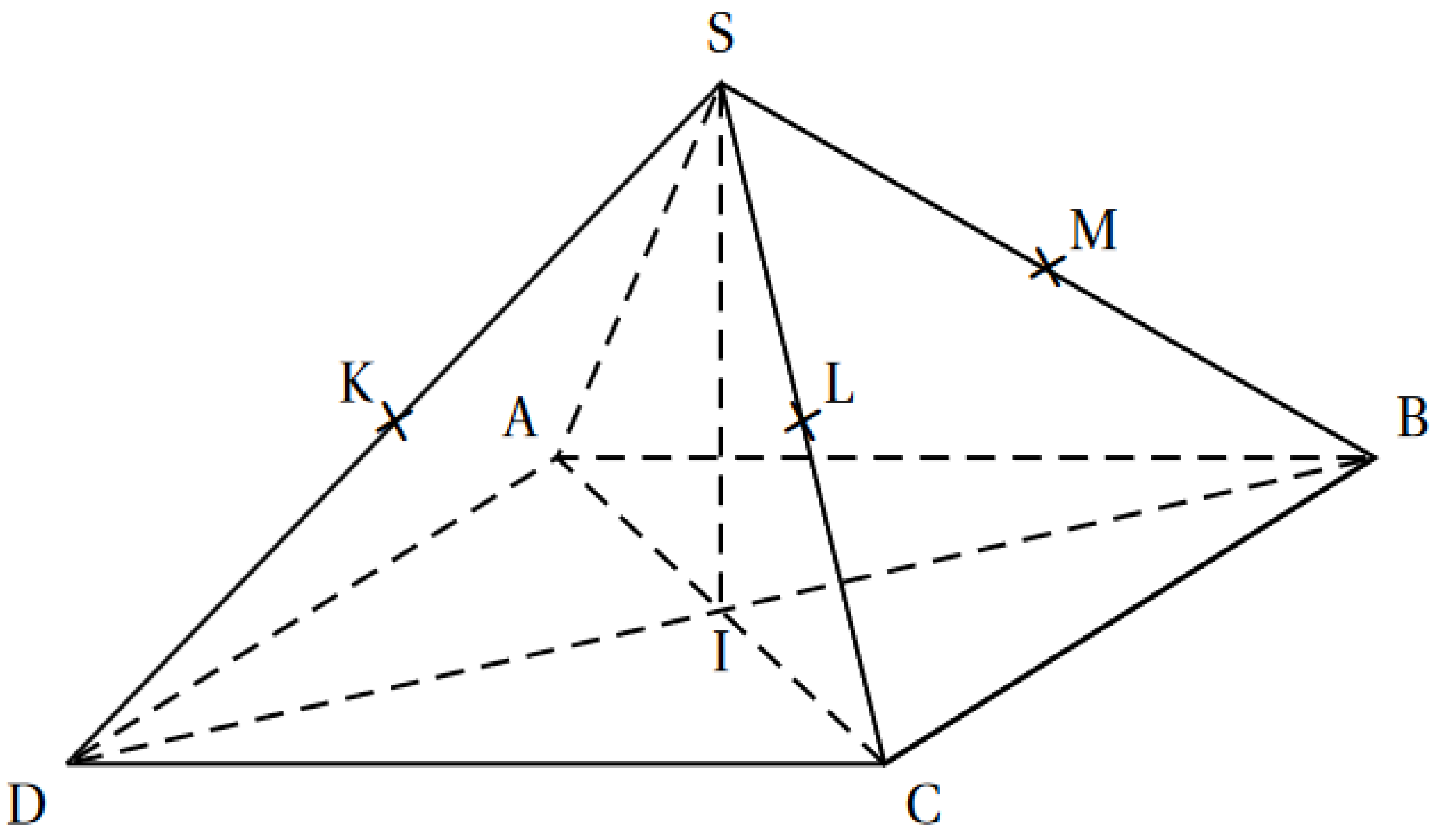


Le seul de ces 4 point appartenant au plan (KAL) est:

a) B	b) M	c) I	d) S

3

- SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD
- Le point I est le centre du carré ABCD
- On suppose que:
  $$IC = IB = IS = 1$$
- K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes $[SD]$, $[SC]$ et $[SB]$.

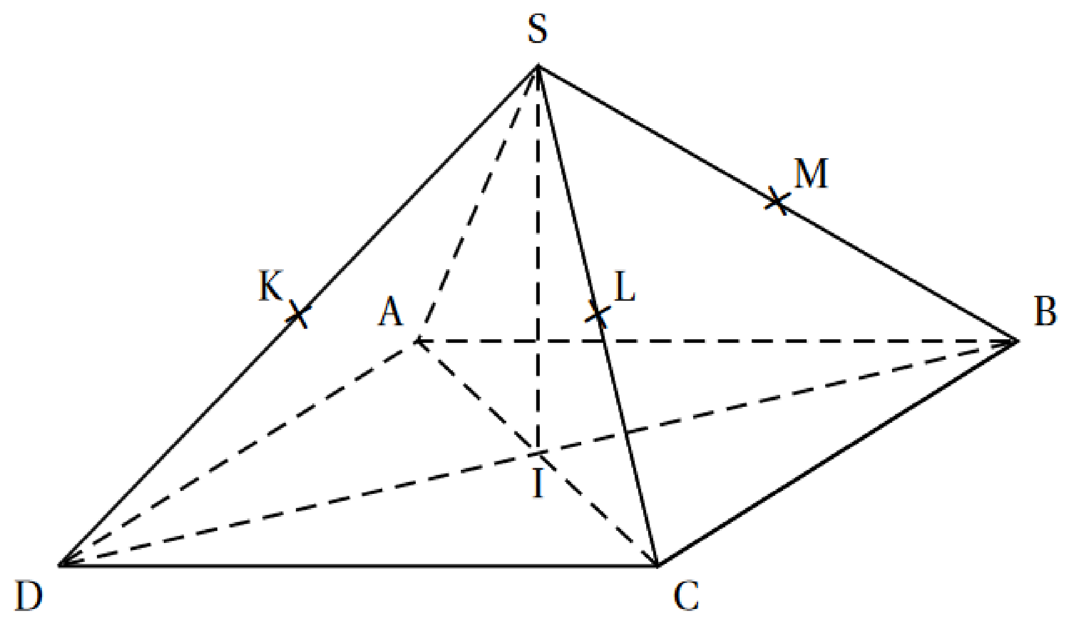


La droite (DB) est orthogonale au plan:

a) (ACM)	b) (DSI)	c) (ACS)	d) (CAD)

Contexte:

- SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD.
- Le point I est le centre du carré ABCD
- On suppose que: $IC = IB = IS = 1$
- K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes $[SD]$, $[SC]$ et $[SB]$.



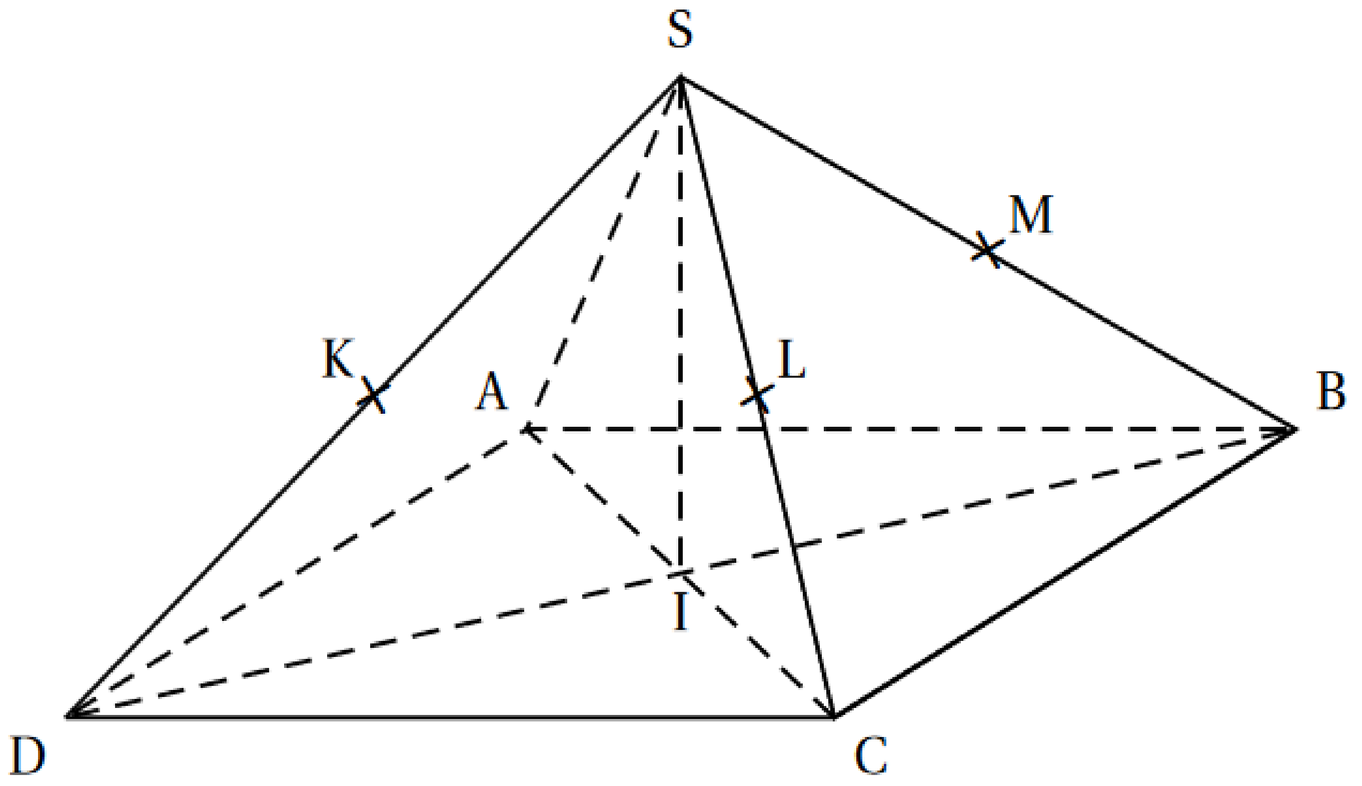
Pour les questions suivantes, on se place dans le repère orthonormé de l'espace $\left(I\,;\ \overrightarrow{IC}\,;\overrightarrow{IB}\,;\overrightarrow{IS}\right)$

4

- On se place dans le repère orthonormé
$$\left(I\,;\,\overrightarrow{IC}\,;\overrightarrow{IB}\,;\overrightarrow{IS}\right)$$

- On donne les coordonnées des points :

$I(0\,;0\,;0)$ $A(-1\,;0\,;0)$
$B(0\,;1\,;0)$ $C(1\,;0\,;0)$
$\mathrm{D}(0\,;-1\,;0)$ $S(0\,;0\,;1)$



Les coordonnées du milieu N de $[KL]$ sont:

a) $\mathrm{N}\left(\frac{1}{4}\,;\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$ b) $\mathrm{N}\left(\frac{1}{4}\,;-\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$ c) $\mathrm{N}\left(-\frac{1}{4}\,;\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$ d) $\mathrm{N}\left(-\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2};1\right)$

5

- On se place dans le repère orthonormé

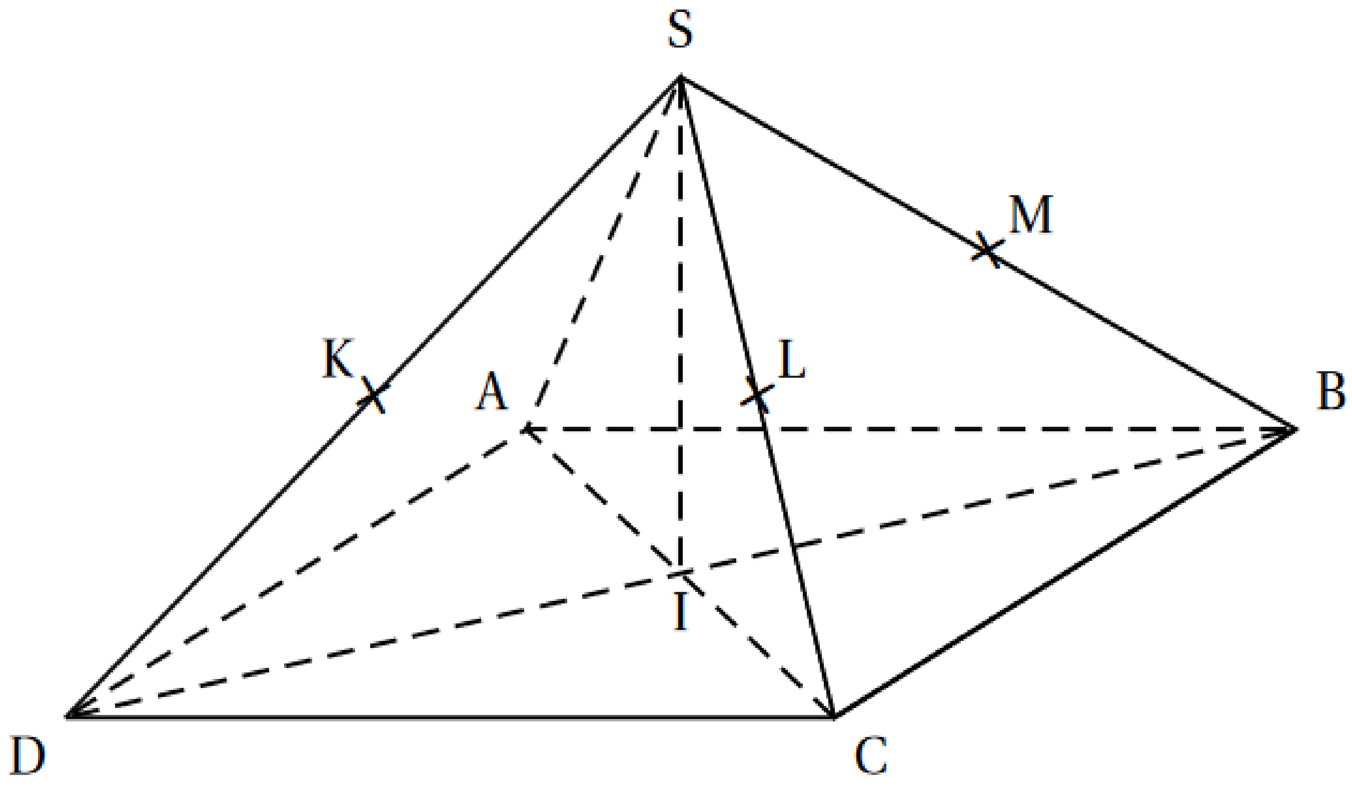
$$\left(I\,;\,\overrightarrow{IC}\,;\overrightarrow{IB}\,;\overrightarrow{IS}\right)$$

- On donne les coordonnées des points :

$I(0\,;0\,;0)$ $\qquad A(-1\,;0\,;0)$

$B(0\,;1\,;0)$ $\qquad C(1\,;0\,;0)$

$\mathrm{D}(0\,;-1\,;0)$ $\qquad S(0\,;0\,;1)$



Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AS}$ sont:

a) $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$	b) $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$	c) $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$	d) $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

6

- On se place dans le repère orthonormé

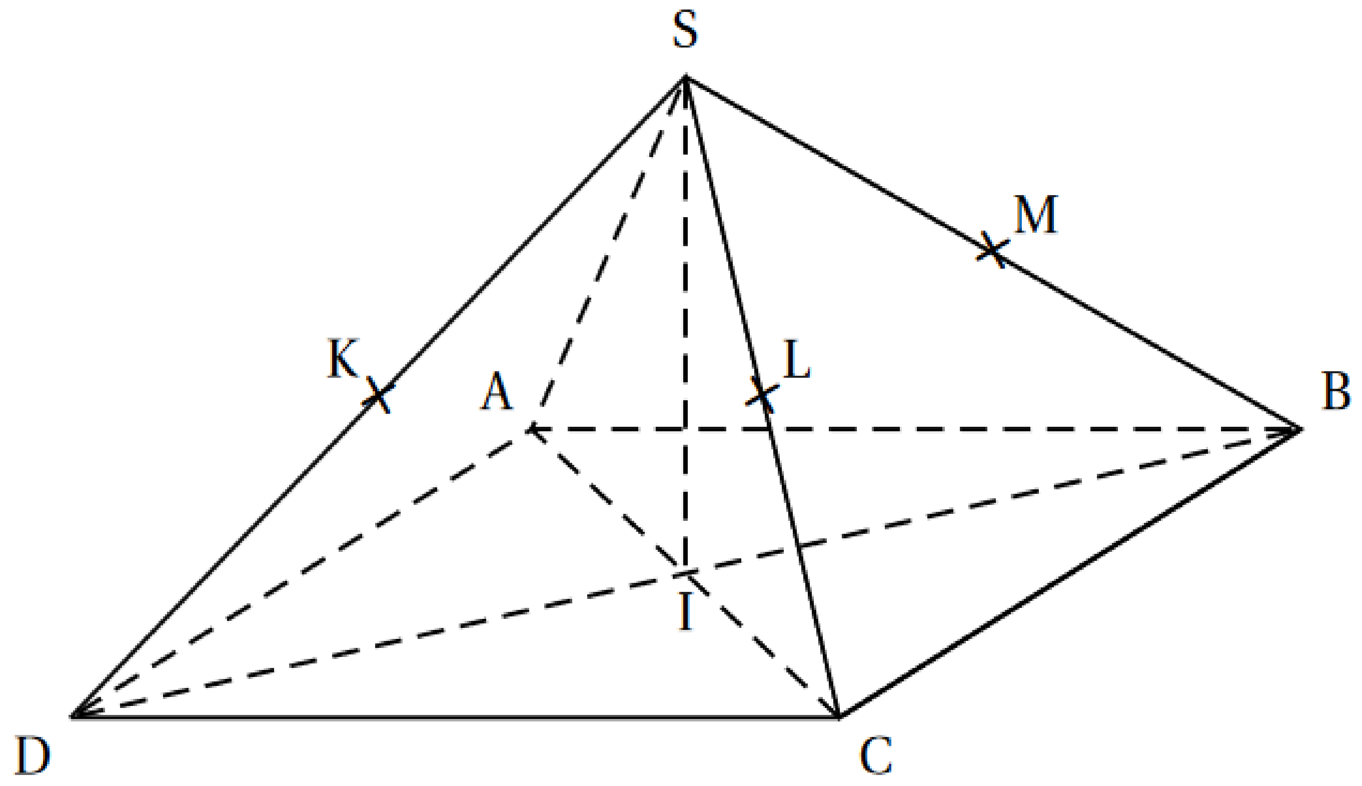
$$\left(I\,;\,\overrightarrow{IC}\,;\overrightarrow{IB}\,;\overrightarrow{IS}\right)$$

- On donne les coordonnées des points :

$I(0\,;0\,;0)$ $\quad A(-1\,;0\,;0)$

$B(0\,;1\,;0)$ $\quad C(1\,;0\,;0)$

$D(0\,;-1\,;0)$ $\quad S(0\,;0\,;1)$



Une représentation paramétrique de la droite (AS) est:

a) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$	b) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$	c) $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$	d) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$
$(t \in \mathbb{R})$	$(t \in \mathbb{R})$	$(t \in \mathbb{R})$	$(t \in \mathbb{R})$

7

- On se place dans le repère orthonormé

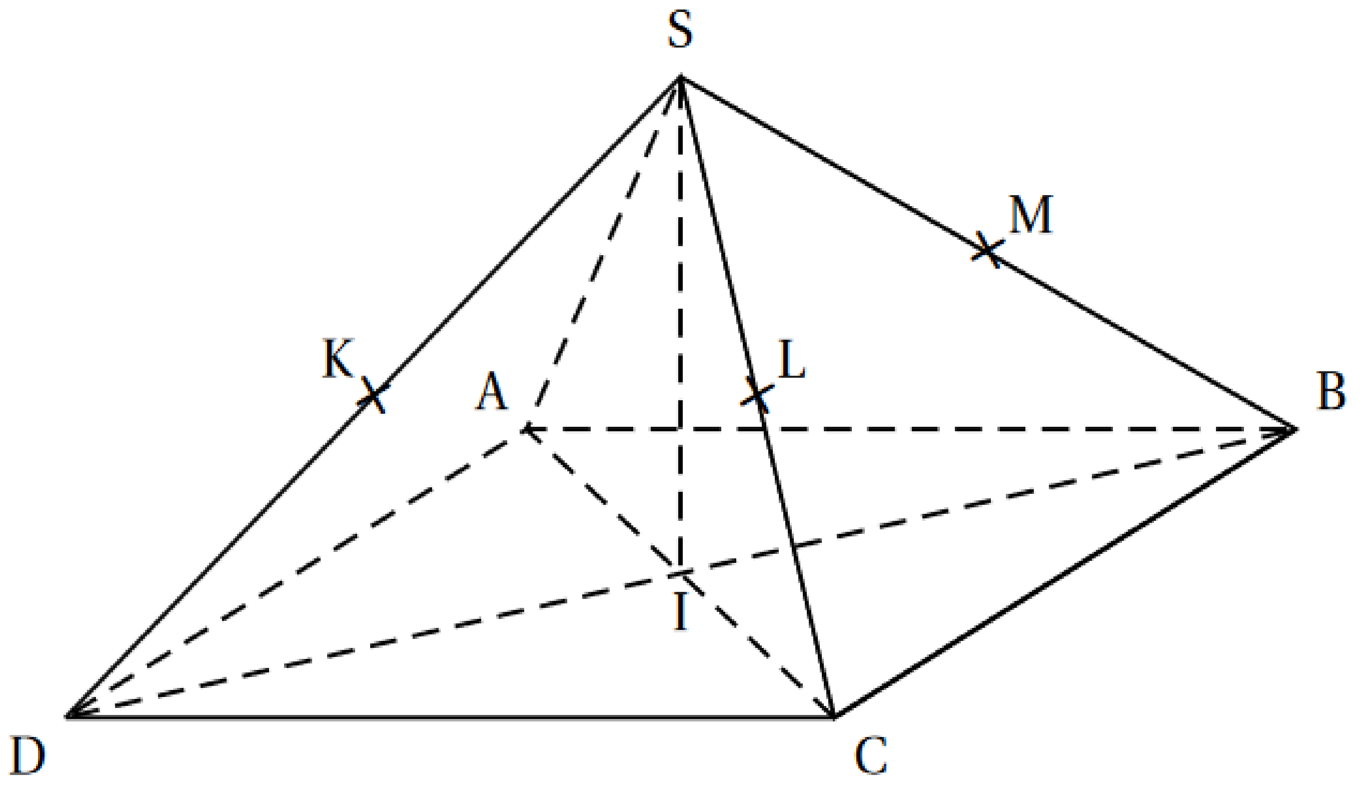
$$\left(I\,;\,\overrightarrow{IC}\,;\overrightarrow{IB}\,;\overrightarrow{IS}\right)$$

- On donne les coordonnées des points :

$I(0\,;0\,;0)$ $A(-1\,;0\,;0)$

$B(0\,;1\,;0)$ $C(1\,;0\,;0)$

$D(0\,;-1\,;0)$ $S(0\,;0\,;1)$



$\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, est une représentation paramétrique de la droite:

a) (BA)	b) (DA)	c) (CB)	d) (DI)

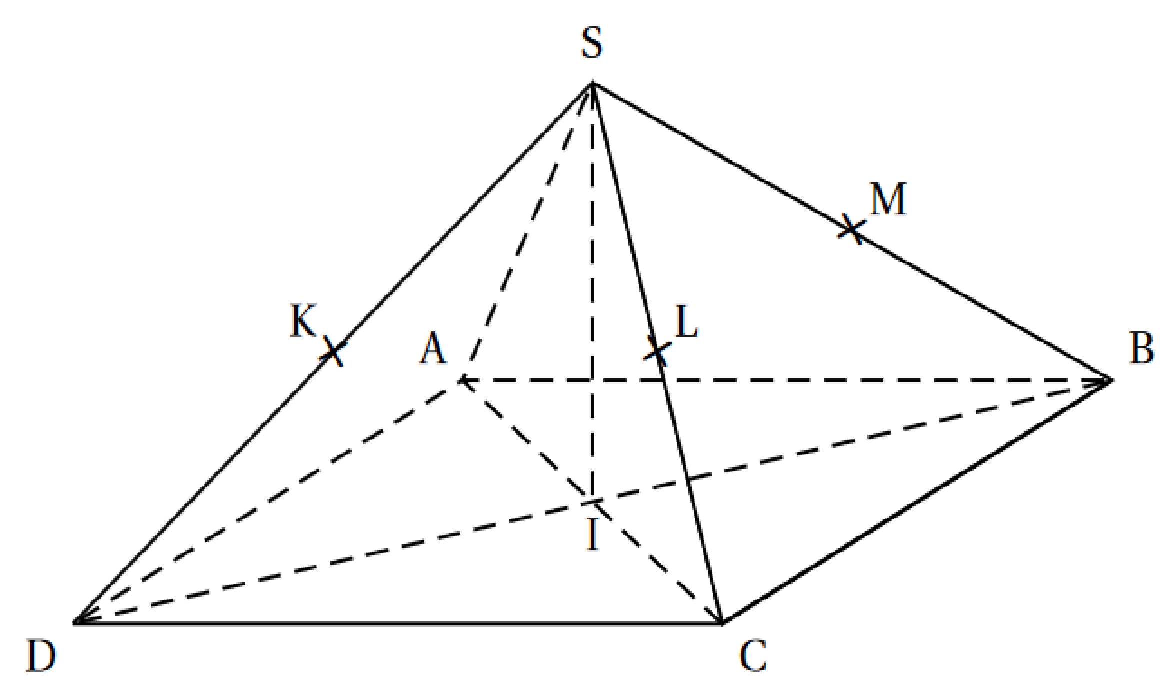
Correction du QCM 1 à 7

1

Droites suivantes non coplanaires?

a) (DC) et (SD)	b)) (AS) et (IC)	c) (AC) et (SB)	d) (LM) et (AD)

Réponse c) (AC) et (SB) non coplanaires



Commentaires:

- (DC) et (SD) sécants en D
- (AS) et (IC) sécants en A
- (LM) et (AD) parallèles

2

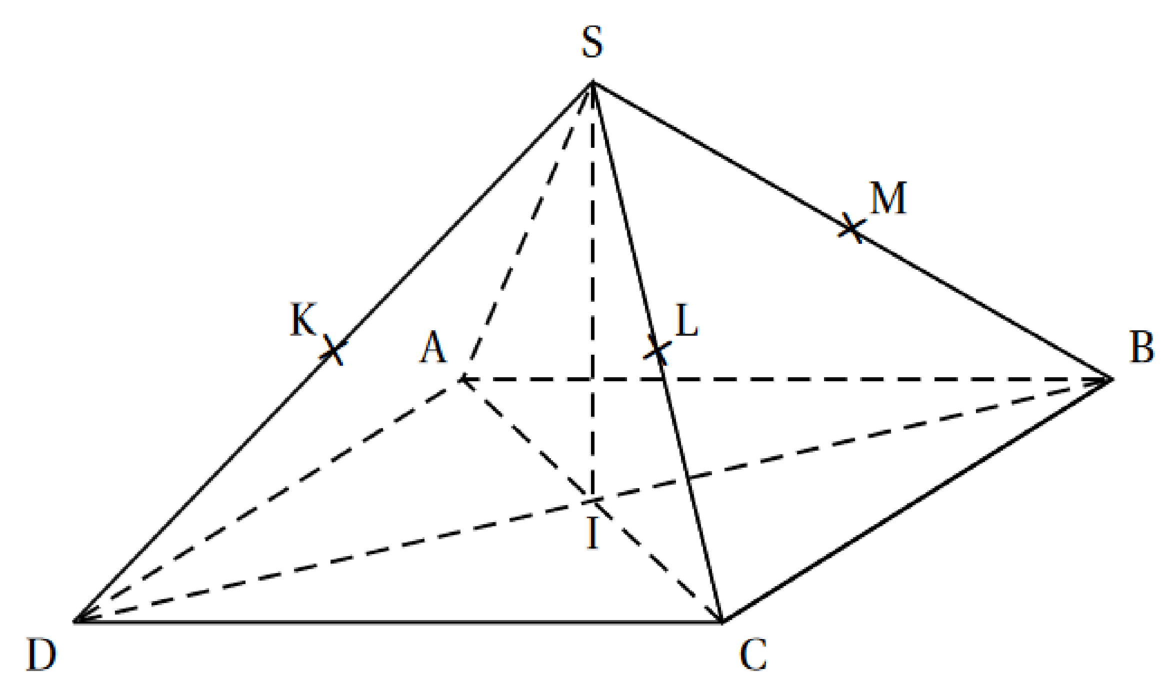
Le seule point appartenant à (KAL) est?

a) B	b) M	c) I	d) S

Réponse a) B

Commentaires:

- Cela vient du fait que les droites (KL) et (AB) sont parallèles (car (KL) // (DC) et (DC) // (AB))



3

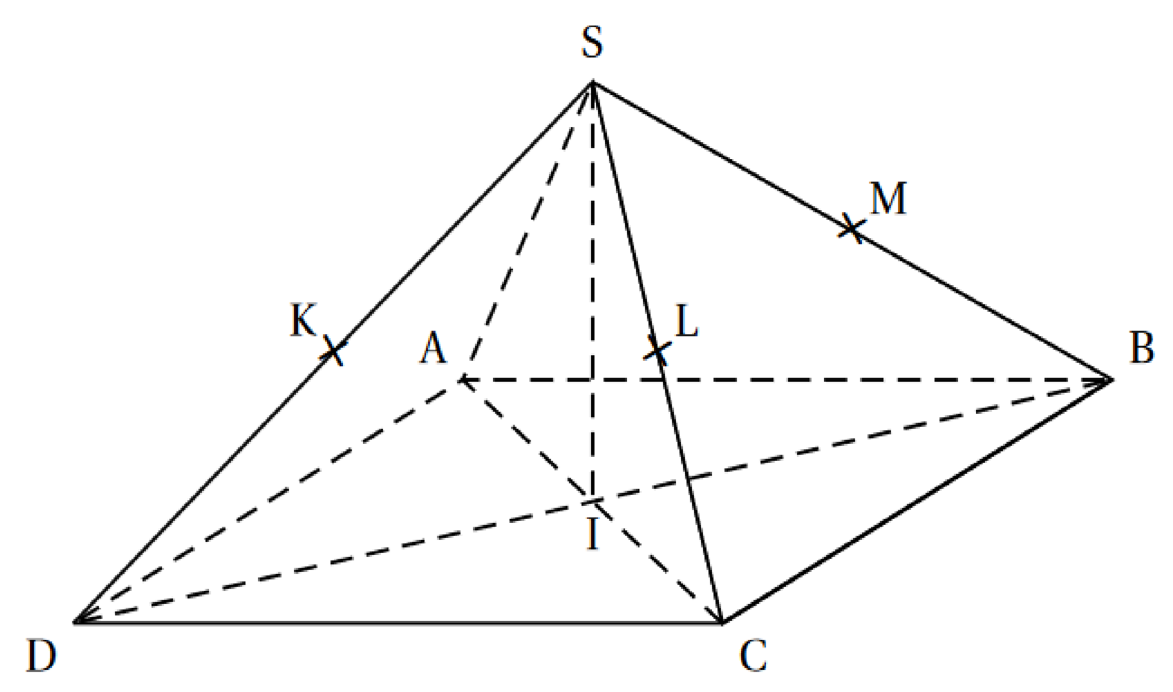
La droite (DB) est orthogonale au plan?

a) (ACM)	b) (DSI)	c) (ACS)	d) (CAD)

Réponse c) (ACS)

Commentaires:

- (DB) est sécante à (ACM) en I mais pas orthogonale à (ACM)
- (DB) est contenue dans le plan (DSI)
- (DB) est contenue dans le plan (CAD)



4

Les coordonnées du milieu N de $[KL]$ sont?

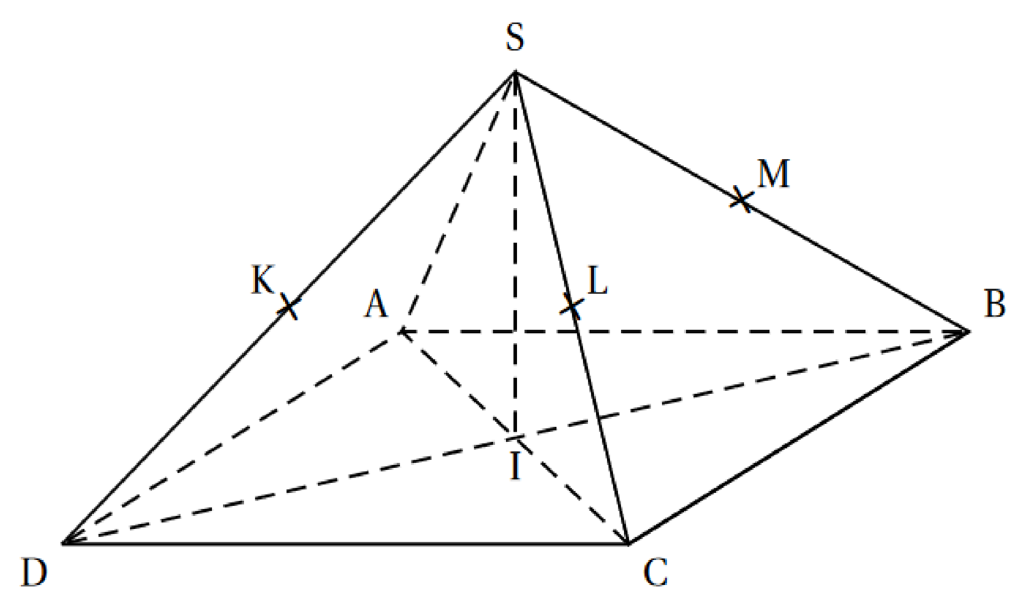
a) $\mathbf{N}\left(\frac{1}{4}\,;\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$	b) $\mathbf{N}\left(\frac{1}{4}\,;-\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$	c) $\mathbf{N}\left(-\frac{1}{4}\,;\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$	d) $\mathbf{N}\left(-\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2};1\right)$

Réponse b) $N\left(\frac{1}{4}\,;-\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$

Commentaires:

Stratégie: Ici, par simple observation de la figure, on peut voir que la 2ème coordonnée de N est négative, ce qui impose le choix de la réponse b). Où alors, il faut s'imposer les calculs suivants:

- K milieu de $[SD]$ a pour coordonnées $K\left(\frac{0+0}{2}\,;\frac{0+(-1)}{2};\frac{1+0}{2}\right)$ donc $K\left(0;\frac{-1}{2};\frac{1}{2}\right)$
- L milieu de $[SC]$ a pour coordonnées $L\left(\frac{0+1}{2}\,;\frac{0+0}{2};\frac{1+0}{2}\right)$ donc $L\left(\frac{1}{2};0\,;\frac{1}{2}\right)$
- Ainsi $N\left(\frac{0+\frac{1}{2}}{2}\,;\frac{\frac{-1}{2}+0}{2};\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{2}\right)$ donc $N\left(\frac{1}{4}\,;\frac{-1}{4};\frac{1}{2}\right)$



5

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AS}$ sont?

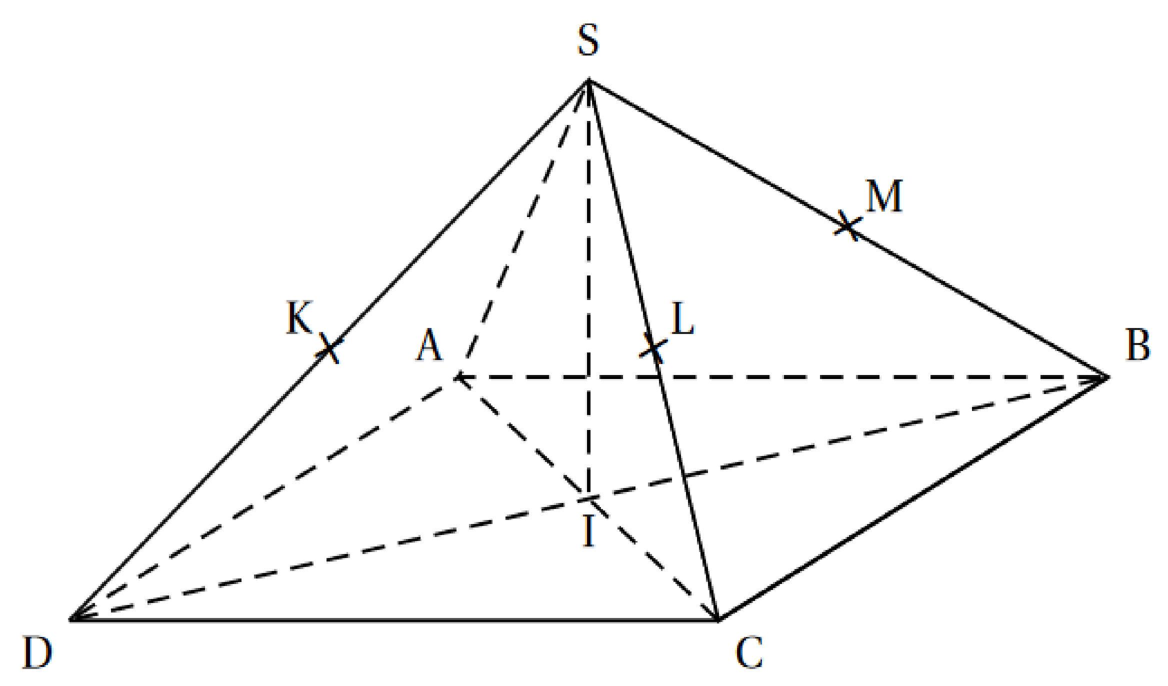
a) $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$	b) $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$	c) $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$	d) $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

Réponse b) $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

Commentaires:

- On applique le cours $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}x_S-x_A\\y_S-y_A\\z_S-z_A\end{pmatrix}$

  donc $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}0-(-1)\\0-0\\1-0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$
- On peut aussi simplement décrire comment on va de A vers S



6 Une représentation paramétrique de la droite (AS) est?

a) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = t \\ z = -t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$	b) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + 2t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$	c) $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$	d) $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$

Réponse c)

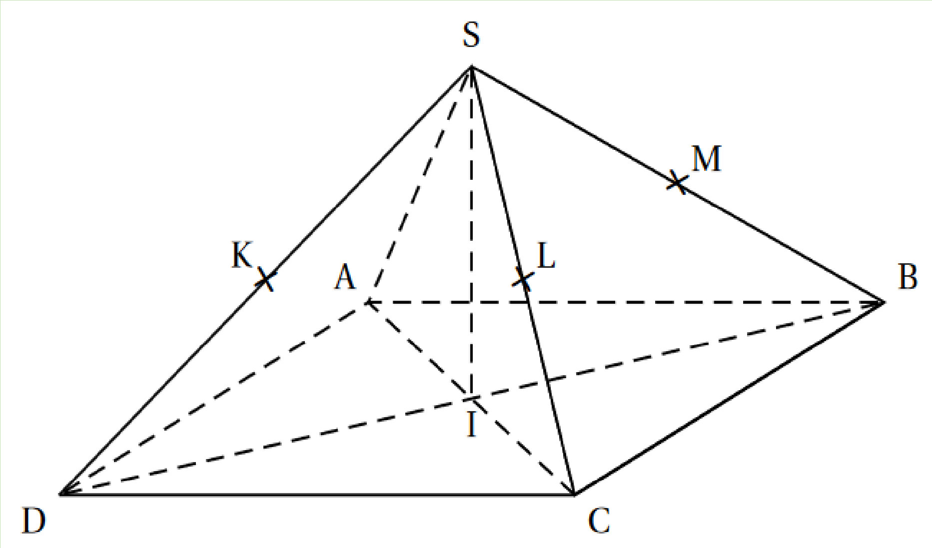
Commentaires:

- (AS) a une RP de la forme $\begin{cases} x = \boxed{x_M} \boxed{+ at} \\ y = \boxed{y_M} \boxed{+ bt} \\ z = \boxed{z_M} \boxed{+ ct} \end{cases}, \ (t \in \mathbb{R})$

Point de (AS)

Vecteur directeur de (AS)

- Pour a) et d) le vecteur directeur ne convient pas
- Pour b) le vecteur convient (colinéaire à $\overrightarrow{AS}$) mais le point $(-1\,;0\,;1)$ n'est pas sur (AS)
- Ici (AS) passe par S$(0\,;0\,;1)$ et a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} x = 0 + 1t \\ y = 0 + 0t \\ z = 1 + 1t \end{cases}, \ (t \in \mathbb{R})$ convient



7

$$\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$$, $t \in \mathbb{R}$, **est une représentation paramétrique de la droite?**

a) (BA)	b) (DA)	c) (CB)	d) (DI)

Réponse c) (CB)

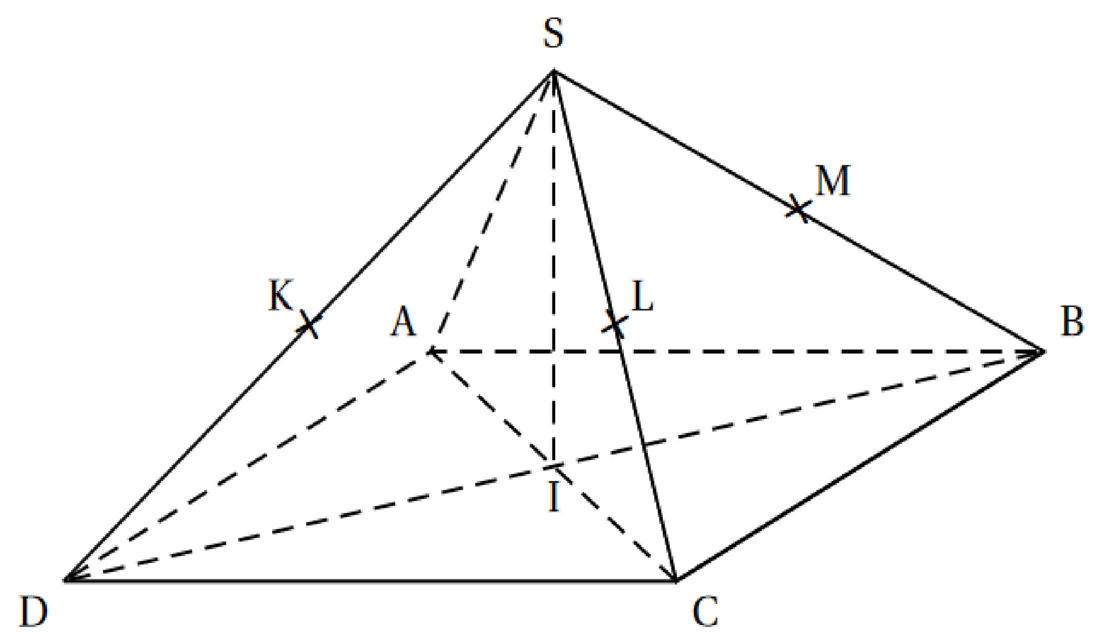
Commentaires:

- On a une RP de la forme $\begin{cases} x = \boxed{0} \boxed{- 1t} \\ y = \boxed{1} \boxed{+ 1t} \\ z = \boxed{0} \boxed{+ 0t} \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$

Point B — Vecteur $\overrightarrow{CB}$

C'est donc la droite (CB) qui convient

- Pour b), bon vecteur directeur mais (DA) ne passe pas par B.
- Pour a) et d), ni $\overrightarrow{BA}$ ni $\overrightarrow{DI}$ ne sont colinéaires au vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



Reprise des questions

8

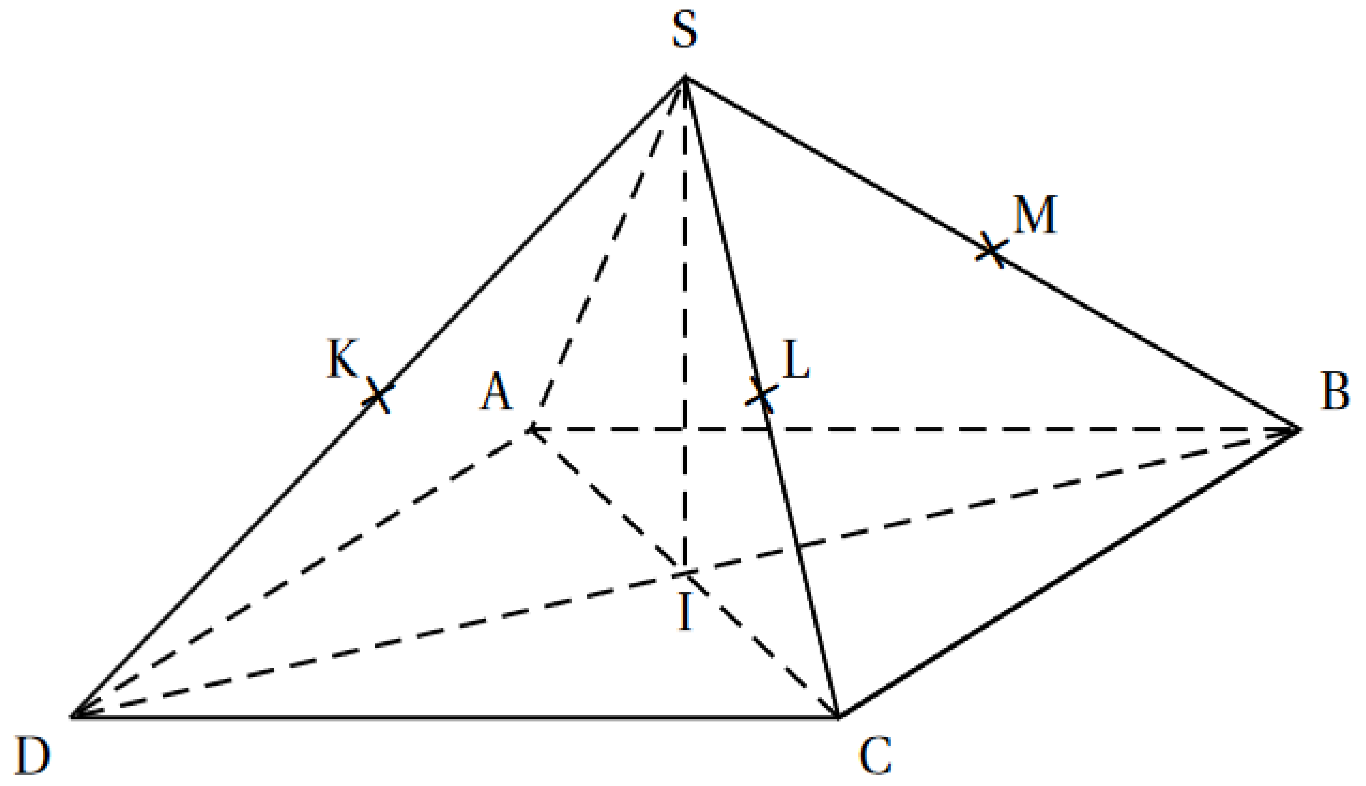
- On se place dans le repère orthonormé $\left(I\,;\,\overrightarrow{IC}\,;\overrightarrow{IB}\,;\overrightarrow{IS}\right)$

- On donne les coordonnées des points :

$I(0\,;0\,;0)$ $\qquad$ $A(-1\,;0\,;0)$

$B(0\,;1\,;0)$ $\qquad$ $C(1\,;0\,;0)$

$D(0\,;-1\,;0)$ $\qquad$ $S(0\,;0\,;1)$



Vérifiez que les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CS}$ sont:

$$\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CS}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$$

9

- On se place dans le repère orthonormé

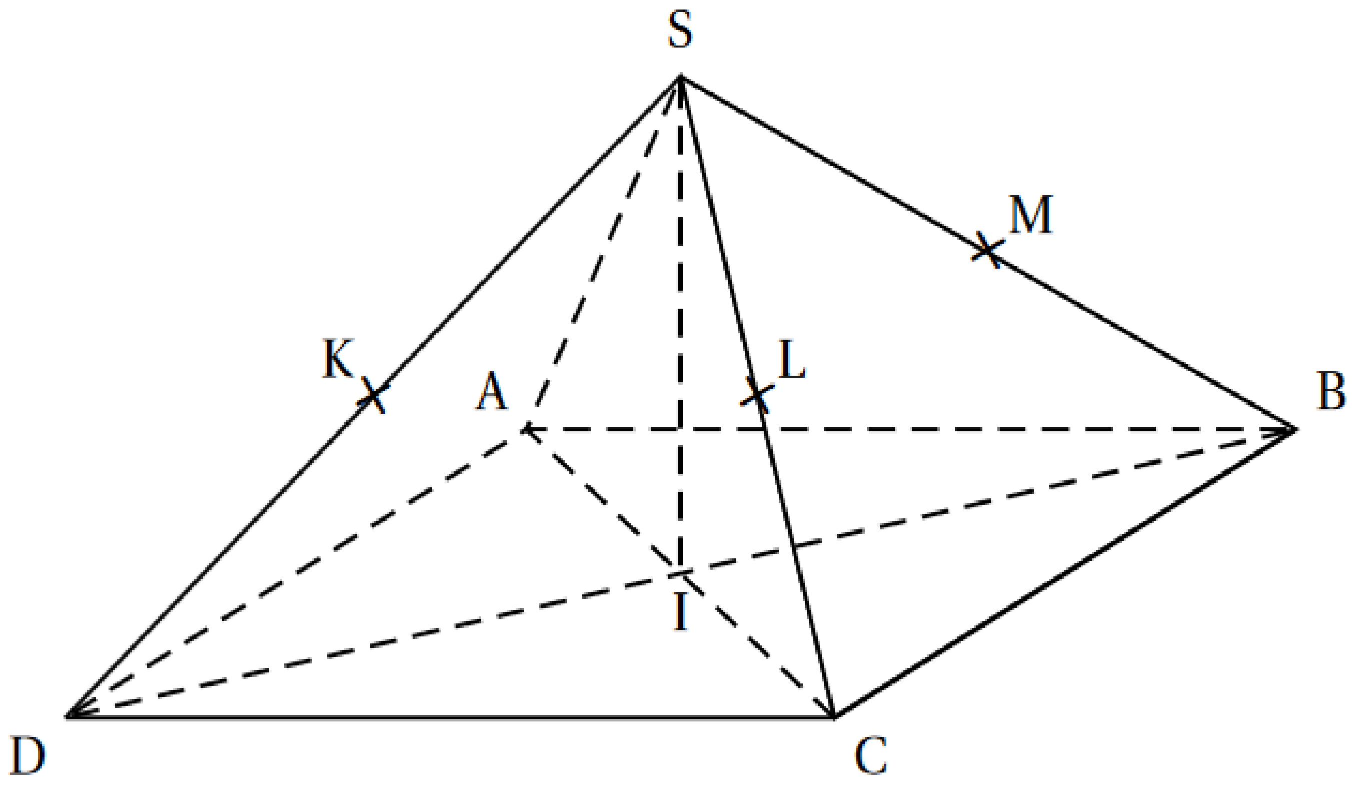
$$\left(I\ ;\ \overrightarrow{IC}\ ;\overrightarrow{IB}\ ;\overrightarrow{IS}\right)$$

- On donne les coordonnées des points :

$I(0\ ;0\ ;0)$ $\quad$ $A(-1\ ;0\ ;0)$

$B(0\ ;1\ ;0)$ $\quad$ $C(1\ ;0\ ;0)$

$D(0\ ;-1\ ;0)$ $\quad$ $S(0\ ;0\ ;1)$



On a vu dans la question 8 que $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$:

Prouver que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (SBC).

10

- On se place dans le repère orthonormé

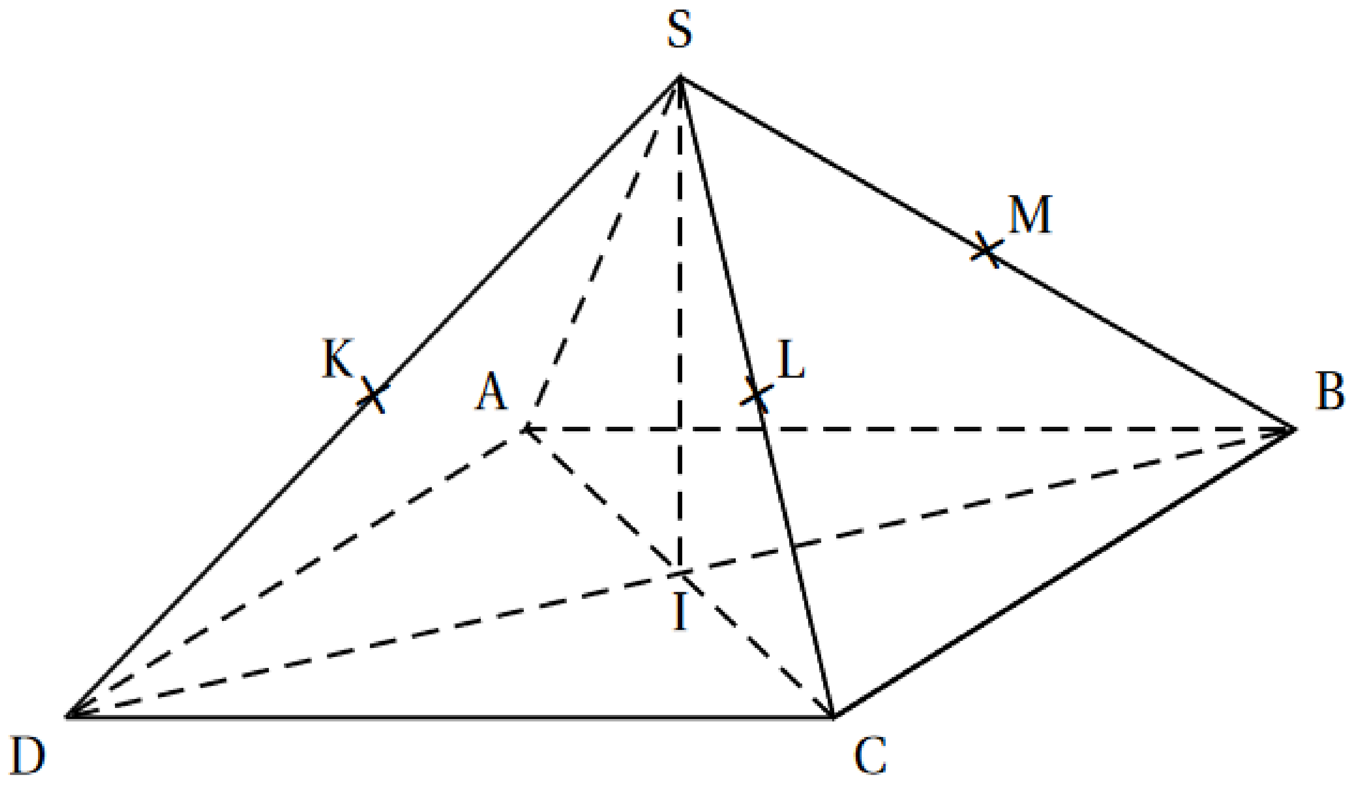
$$\left(I\,;\,\overrightarrow{IC}\,;\overrightarrow{IB}\,;\overrightarrow{IS}\right)$$

- On donne les coordonnées des points :

$I(0\,;0\,;0)$ $\quad A(-1\,;0\,;0)$

$B(0\,;1\,;0)$ $\quad C(1\,;0\,;0)$

$D(0\,;-1\,;0)$ $\quad S(0\,;0\,;1)$



On vient de prouver que $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (SBC).

Déterminer une équation cartésienne du plan (SCB).

11

- On se place dans le repère orthonormé

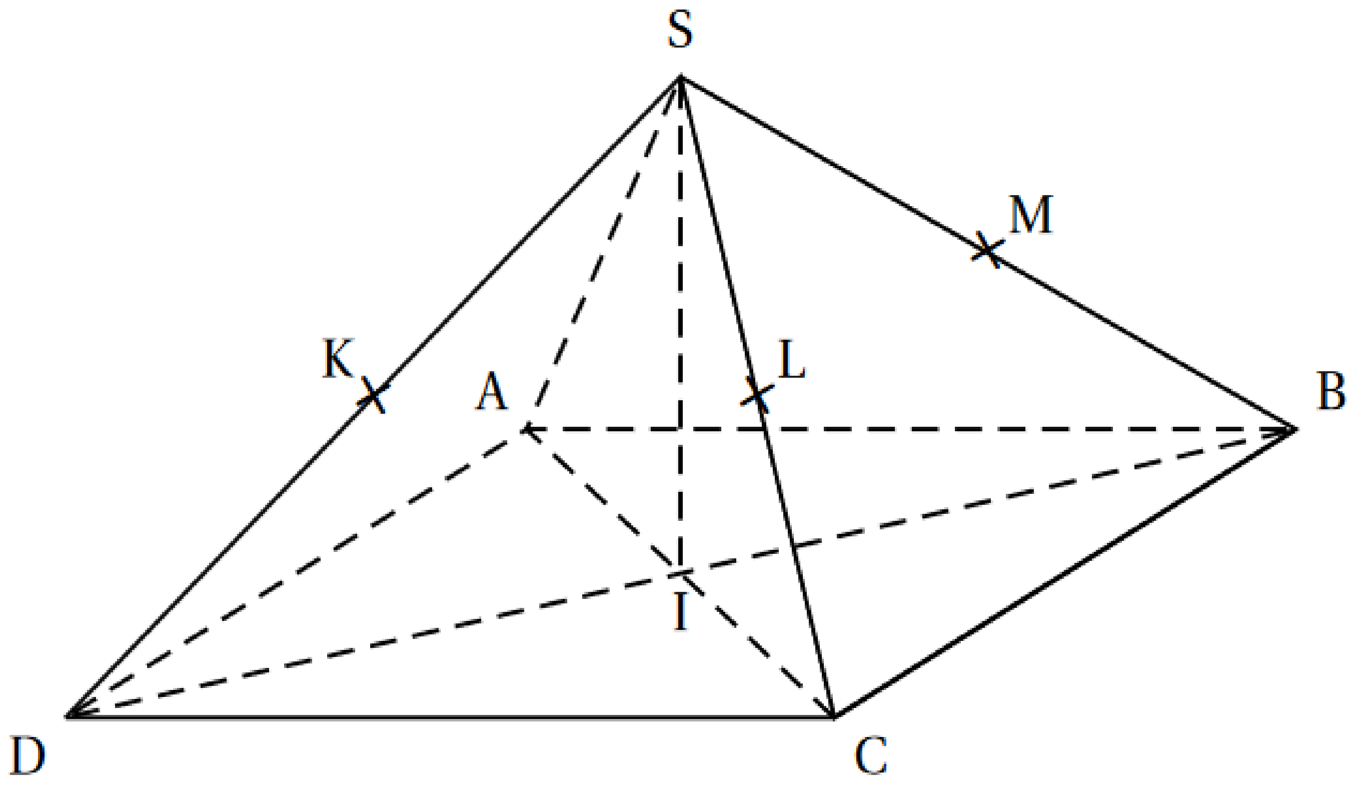
$$\left(I\ ;\ \overrightarrow{IC}\ ;\overrightarrow{IB}\ ;\overrightarrow{IS}\right)$$

- On donne les coordonnées des points :

$I(0\ ;0\ ;0)$ $\quad$ $A(-1\ ;0\ ;0)$

$B(0\ ;1\ ;0)$ $\quad$ $C(1\ ;0\ ;0)$

$\mathrm{D}(0\ ;-1\ ;0)$ $\quad$ $S(0\ ;0\ ;1)$



On vient de prouver que $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (SBC).

Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) orthogonale au plan (SBC) et passant par I

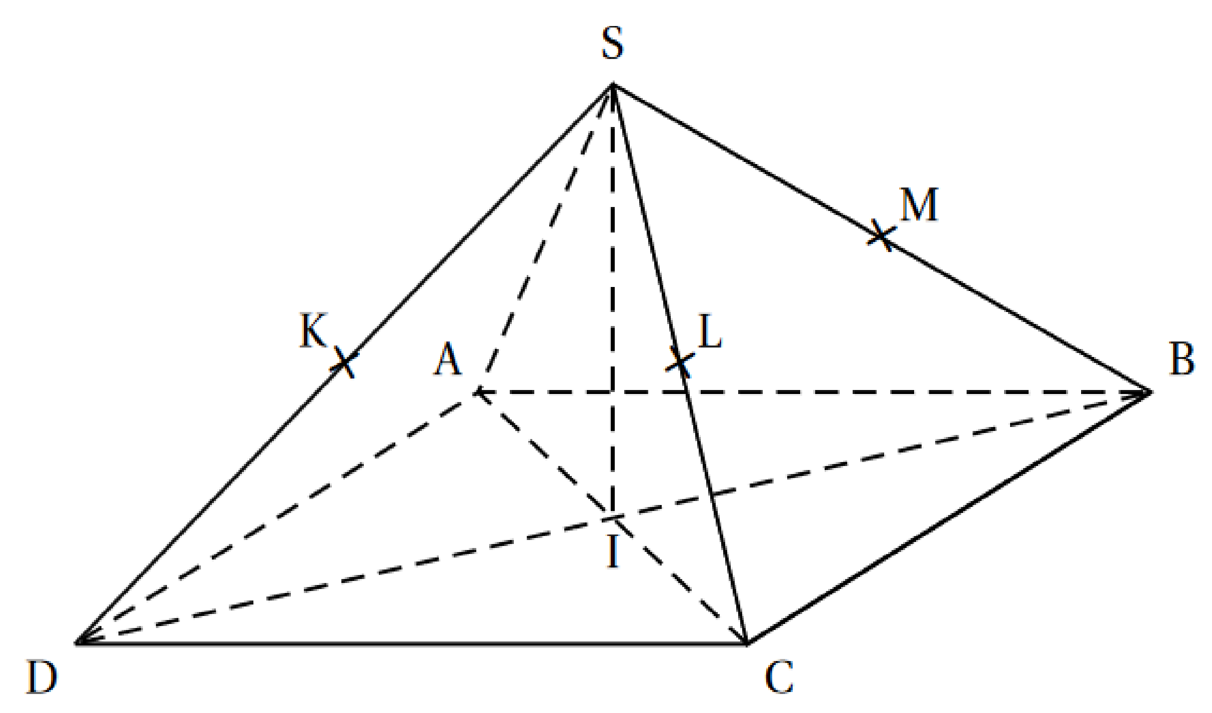
Correction de 8 à 11

8 Vérifiez que les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CS}$ sont $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$

- On applique le cours $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}x_B-x_C\\y_B-y_C\\z_B-z_C\end{pmatrix}$

  donc $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}0-1\\1-0\\0-0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$

- Avec le même type de calcul on trouve bien $\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$



9 On a vu dans la question 8 que $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CS}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$:

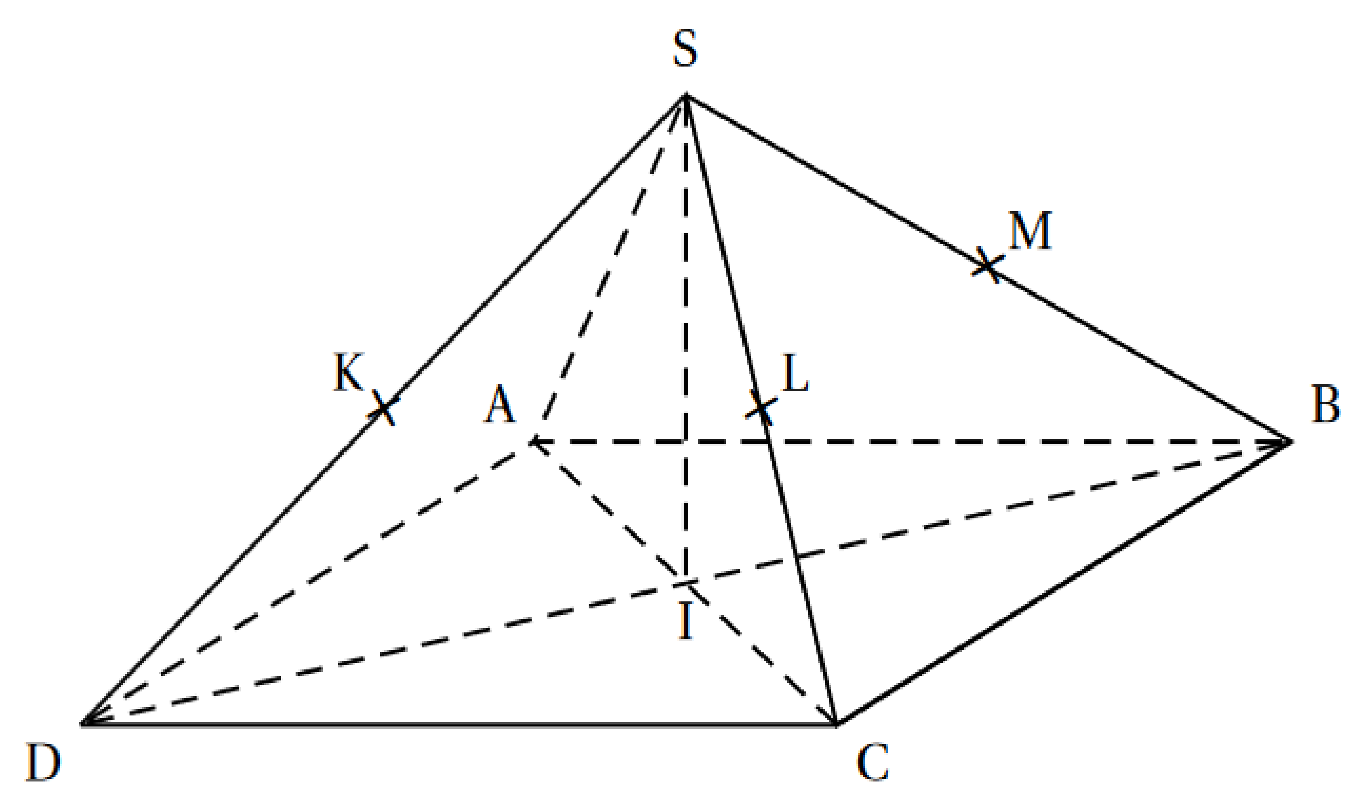
Prouver que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (SBC).

- Il suffit de prouver que $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (SBC), par exemple $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CS}$.

Or $\vec{n}\,.\,\overrightarrow{CB} = 1\times(-1)+1\times 1+1\times 0 = 0$

et $\vec{n}\,.\,\overrightarrow{CS} = 1\times(-1)+1\times 0+1\times 1 = 0$

- On peut donc affirmer que $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est normal au plan (SBC)

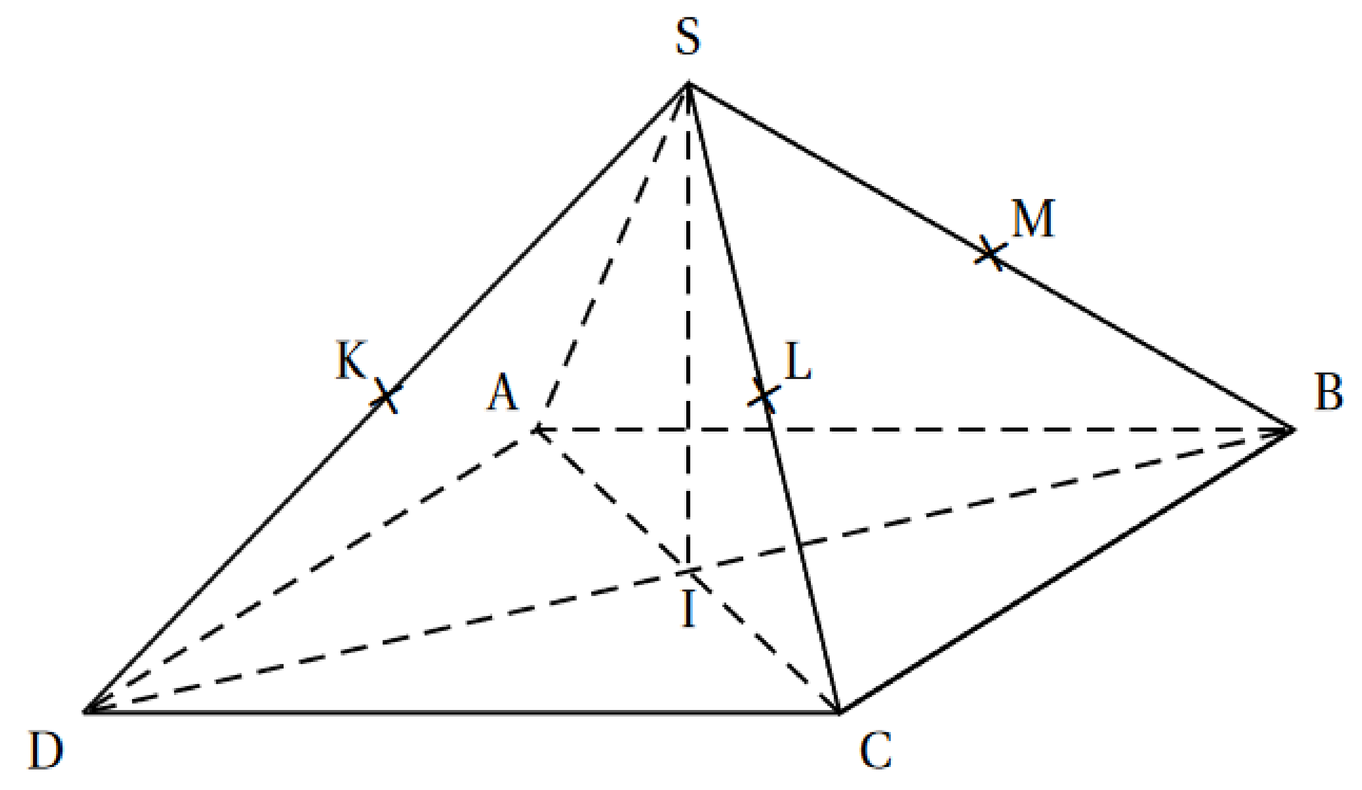


10

On vient de prouver que $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (SBC).

Déterminer une équation cartésienne du plan (SCB).

- Comme $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est normal au plan (SCB), ce plan a une équation cartésienne de la forme
  $1x + 1y + 1z + d = 0$
- Or $C(1\,;0\,;0) \in (SCB)$ donc
  $1 \times 1 + 1 \times 0 + 1 \times 0 + d = 0$
  $\Leftrightarrow 1 + d = 0 \Leftrightarrow d = -1$
- **Une équation cartésienne de (SCB) est donc:**
  $$\boldsymbol{x + y + z - 1 = 0}$$



11

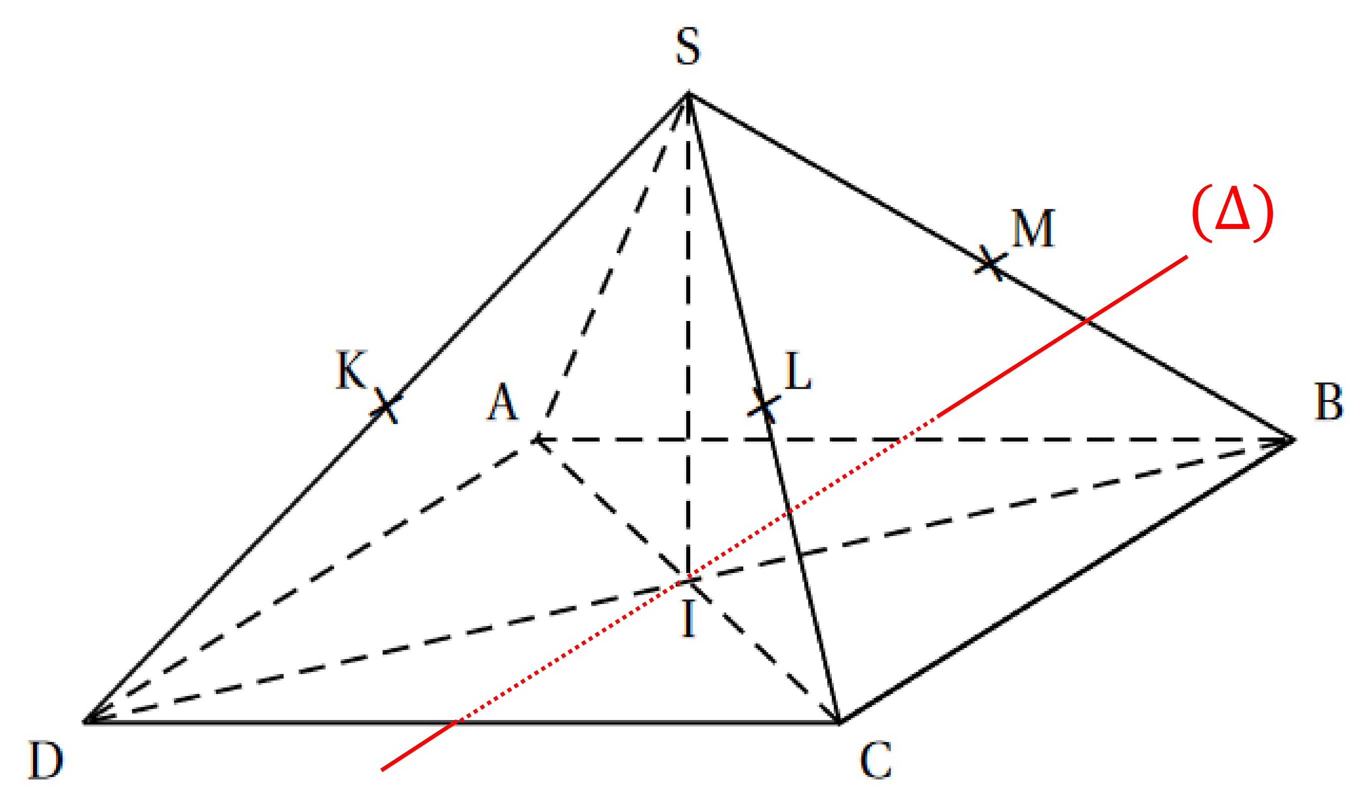
On vient de prouver que $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (SBC).

Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) orthogonale au plan (SBC) et passant par I .

- (Δ) étant orthogonale au plan (SBC), elle admet $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ comme vecteur directeur.
- De plus elle passe par $I(0\,;0\,;0)$
- **Une représentation paramétrique de**

(Δ) est donc: $\begin{cases} x = 0 + 1t \\ y = 0 + 1t \\ z = 0 + 1t \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$

C'est-à-dire: $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$



Reprise des questions

12

- On se place dans le repère orthonormé

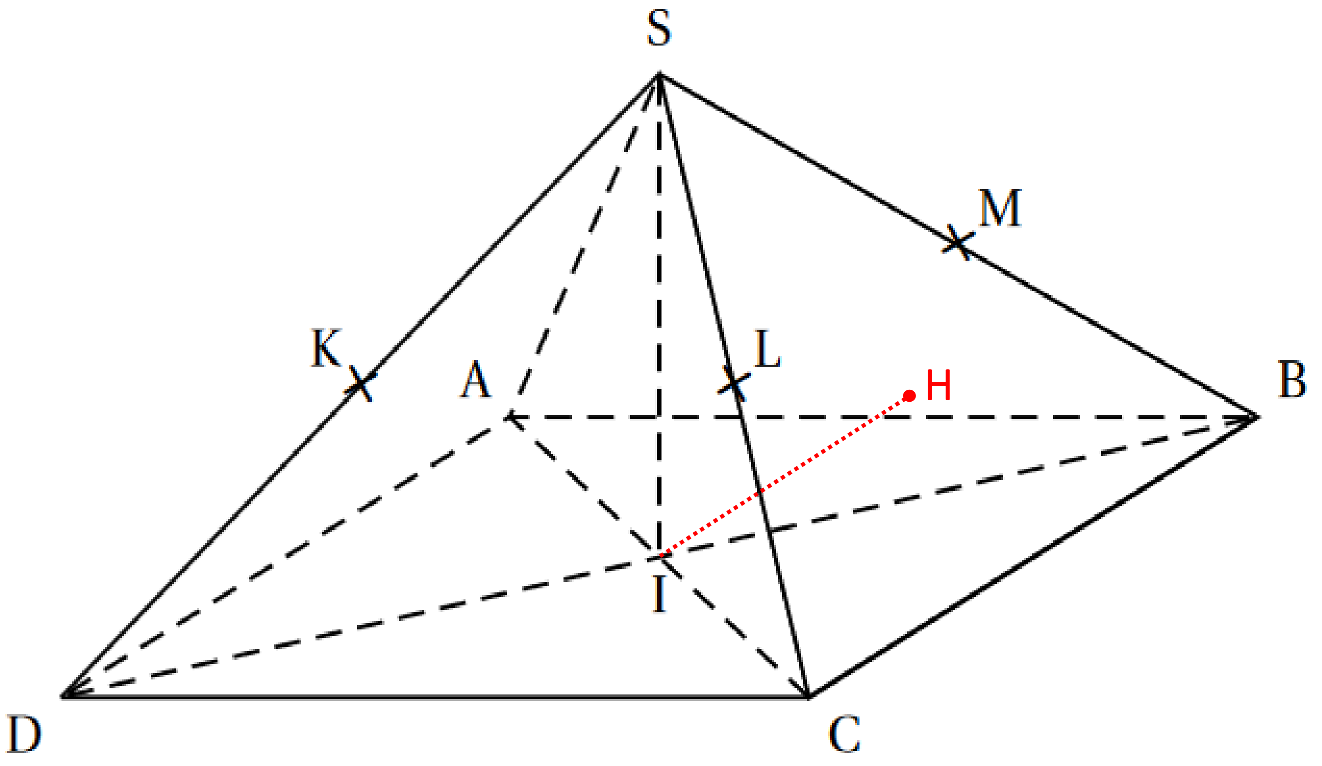
$$\left(I\,;\,\overrightarrow{IC}\,;\overrightarrow{IB}\,;\overrightarrow{IS}\right)$$

- On donne les coordonnées des points :

$I(0\,;0\,;0)$ $A(-1\,;0\,;0)$

$B(0\,;1\,;0)$ $C(1\,;0\,;0)$

$D(0\,;-1\,;0)$ $S(0\,;0\,;1)$



On sait d'après les questions précédentes que:

Une équation cartésienne de (SBC) est $x+y+z-1=0$

Une représentation paramétrique de (Δ) passant par I et orthogonale à (SBC) est : $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

Trouver les coordonnées du point H projeté orthogonale de I sur (SBC) .

13

- On se place dans le repère orthonormé

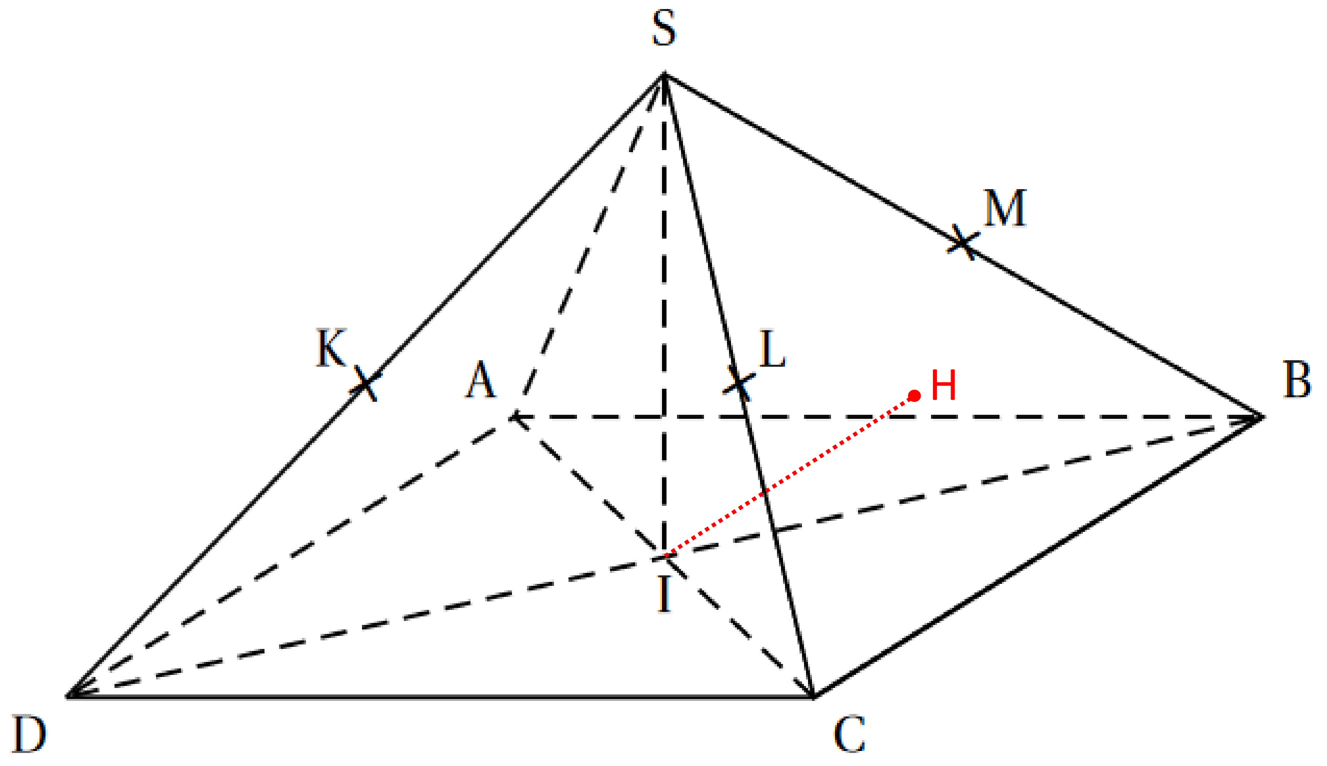
$$\left(I\ ;\ \overrightarrow{IC}\ ;\overrightarrow{IB}\ ;\overrightarrow{IS}\right)$$

- On donne les coordonnées des points :

$I(0\ ;0\ ;0)$ $A(-1\ ;0\ ;0)$

$B(0\ ;1\ ;0)$ $C(1\ ;0\ ;0)$

$D(0\ ;-1\ ;0)$ $S(0\ ;0\ ;1)$



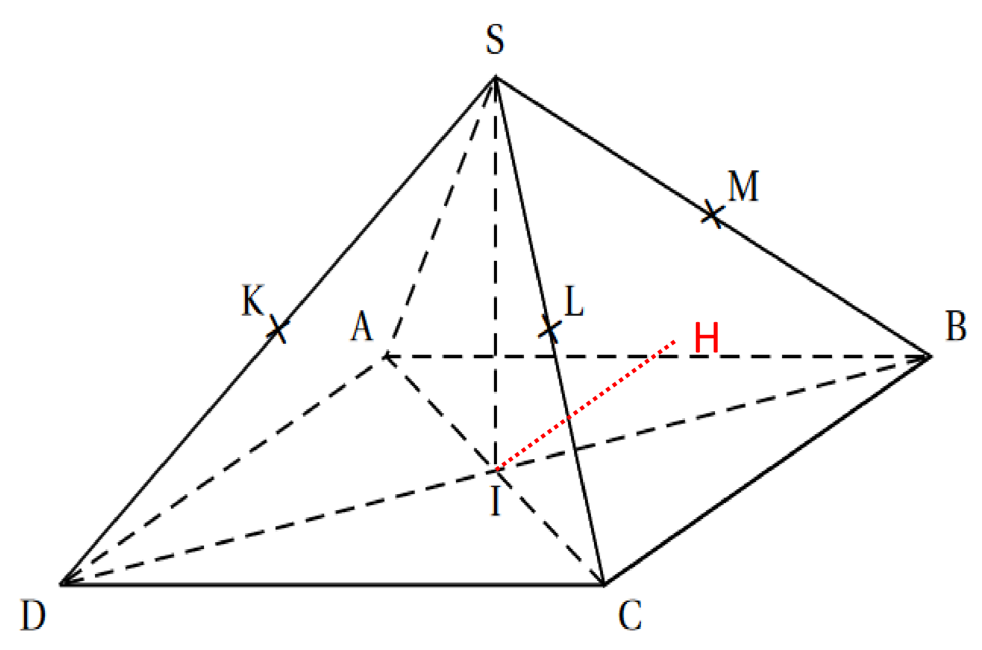
On vient de déterminer les coordonnées du point H projeté orthogonale de I sur (SBC)

Déterminer la distance entre le point I et le plan (SBC)

Correction de 12 à 13

12 Coordonnées du point H projeté orthogonale de I sur (SBC)?

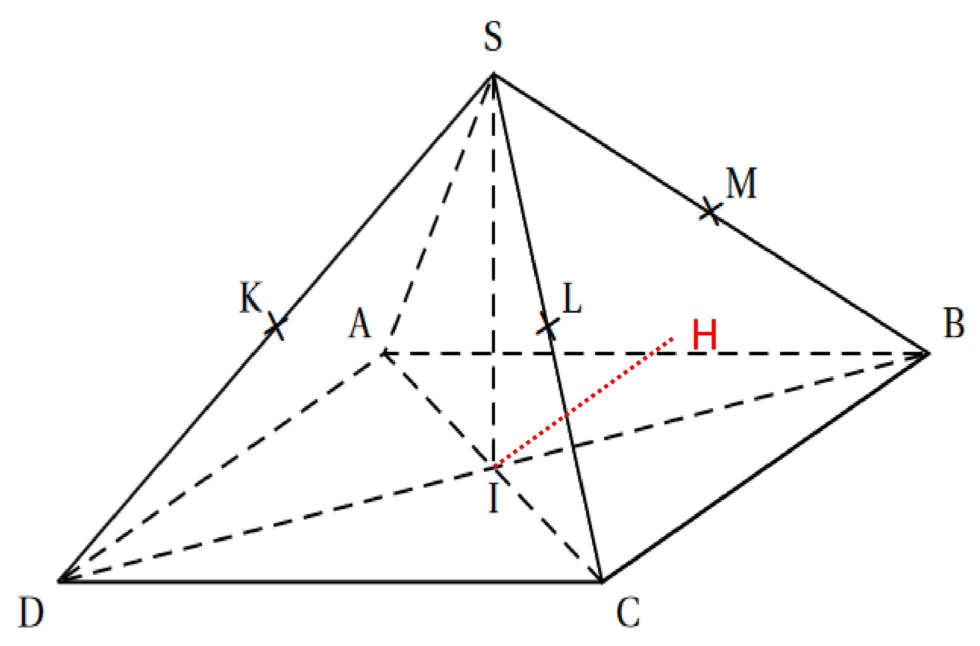
Une équation cartésienne de (SBC) est $x+y+z-1=0$
Une représentation paramétrique de (Δ) passant par I et orthogonale à (SBC) est : $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$



- H est à la fois sur (Δ)et sur (SBC), il existe donc $t \in \mathbb{R}$ tel que $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$ et $x+y+z-1=0.$
- t vérifie donc $t+t+t-1=0 \Leftrightarrow 3t=1 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$
- En remplaçant t par $\frac{1}{3}$ dans la représentation paramétrique de (Δ), on obtient les coordonnées de H qui sont $\boldsymbol{H(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3})}$

13 On vient de déterminer que le point H projeté orthogonale de I sur (SBC) a pour coordonnées $H(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3})$

Déterminer la distance entre le point I et le plan (SBC)



- La distance entre le point I et le plan (SBC) est la longueur IH donnée dans le repère orthonormé $\left(I\,;\ \overrightarrow{IC}\,;\overrightarrow{IB}\,;\overrightarrow{IS}\right)$ par la formule:

$$IH = \sqrt{(x_H - x_I)^2+(y_H - y_I)^2+(z_H - z_I)^2} = \sqrt{(\frac{1}{3} - 0)^2+(\frac{1}{3} - 0)^2+(\frac{1}{3} - 0)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(c'est aussi la hauteur de la pyramide ICBD de base CBD)

Reprise des questions QCM tiré d’un sujet de bac récent

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

14

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points $A(1 ; 1 ; -2)$ et $B(-1 ; 3 ; 2)$.
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{lll} x & = & -4+3t \\ y & = & 6-3t \\ z & = & 8-6t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x + my - 2z + 8 = 0$ où m est un nombre réel.

Question 1 : Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite $\mathscr{D}'$?

a. $M_1(-1 ; 3 ; -2)$ **b.** $M_2(11 ; -9 ; -22)$ **c.** $M_3(-7 ; 9 ; 2)$ **d.** $M_4(-2 ; 3 ; 4)$

15

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points A(1 ; 1 ; −2) et B(−1 ; 3 ; 2).
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{lll} x & = & -4+3t \\ y & = & 6-3t \\ z & = & 8-6t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x+my-2z+8=0$ où m est un nombre réel.

Question 2 : Un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}'$est :

a. $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}-4\\6\\8\end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}3\\3\\6\end{pmatrix}$ **c.** $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}3\\-3\\-6\end{pmatrix}$ **d.** $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$

16

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ ,\ \vec{k}\right)$.
On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points A(1 ; 1 ; −2) et B(−1 ; 3 ; 2).
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{lcr} x & = & -4+3t \\ y & = & 6-3t \\ z & = & 8-6t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x+my-2z+8=0$ où m est un nombre réel.

Question 3 : Les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont :

a. sécantes

b. strictement parallèles

c. non coplanaires

d. confondues

17

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points A(1 ; 1 ; −2) et B(−1 ; 3 ; 2).
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{lll} x & = & -4+3t \\ y & = & 6-3t \\ z & = & 8-6t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x + my - 2z + 8 = 0$ où m est un nombre réel.

Question 4 : La valeur du réel m pour laquelle la droite $\mathscr{D}$ est parallèle au plan $\mathscr{P}$ est :

a. $m = -1$ **a.** $m = 1$ **c.** $m = 5$ **d.** $m = -2$

Correction de 14 à 17

14

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points A(1 ; 1 ; −2) et B(−1 ; 3 ; 2).
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{rcr} x & = & -4+3t \\ y & = & 6-3t \\ z & = & 8-6t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x + my - 2z + 8 = 0$ où m est un nombre réel.

Question 1 : Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite $\mathscr{D}'$?

a. $M_1(-1 ; 3 ; -2)$ $\boxed{\textbf{b. } M_2(11 ; -9 ; -22)}$ **c.** $M_3(-7 ; 9 ; 2)$ **d.** $M_4(-2 ; 3 ; 4)$

Question 1 : On voit que pour $t = 5$, les coordonnées du point de la droite $\mathscr{D}'$ sont $(11 ; -9 ; -22)$ soit les coordonnées de M_2.

15

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points A(1 ; 1 ; −2) et B(−1 ; 3 ; 2).
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = -4 \boxed{+3}t \\ y = 6 \boxed{-3}t \\ z = 8 \boxed{-6}t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x + my - 2z + 8 = 0$ où m est un nombre réel.

Question 2 : Un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}'$ est :

a. $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}-4\\6\\8\end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}3\\3\\6\end{pmatrix}$ $\boxed{\textbf{c. } \overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}3\\-3\\-6\end{pmatrix}}$ **d.** $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$

C'est une application directe du cours

16

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.
On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points $A(1 ; 1 ; -2)$ et $B(-1 ; 3 ; 2)$.
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = -4+3t \\ y = 6-3t \\ z = 8-6t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x + my - 2z + 8 = 0$ où m est un nombre réel.

Question 3 : Les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont :

a. sécantes **b.** strictement parallèles **c.** non coplanaires **d.** confondues

- On calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$
- On vérifie que $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ sont colinéaires ($\vec{u} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$) donc D et D' sont parallèles
- On choisit un point de D et on vérifie s'il appartient à D' (Ici en prenant le point B on voit facilement que $t = 1$ convient pour vérifier qu'il appartient aussi à D'
- La bonne réponse est la d) D et D' sont confondues

17

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$.

On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points A(1 ; 1 ; −2) et B(−1 ; 3 ; 2).
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = -4+3t \\ y = 6-3t \\ z = 8-6t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x+my-2z+8=0$ où m est un nombre réel.

Question 4 : La valeur du réel m pour laquelle la droite $\mathscr{D}$ est parallèle au plan $\mathscr{P}$ est :

a. $m=-1$ **a.** $m=1$ $\boxed{\textbf{c.}\ m=5}$ **d.** $m=-2$

Question 4 : $\mathscr{P}$ a pour vecteur normal $\vec{p}\begin{pmatrix}1\\m\\-2\end{pmatrix}$.

$\mathscr{D}$ est parallèle au plan $\mathscr{P}$ si $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{p}$ sont orthogonaux, soit :

$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{p}=0 \iff -2\times1+2\times m+4\times(-2)=0 \iff -2+2m-8=0 \iff 2m=10 \iff m=5.$