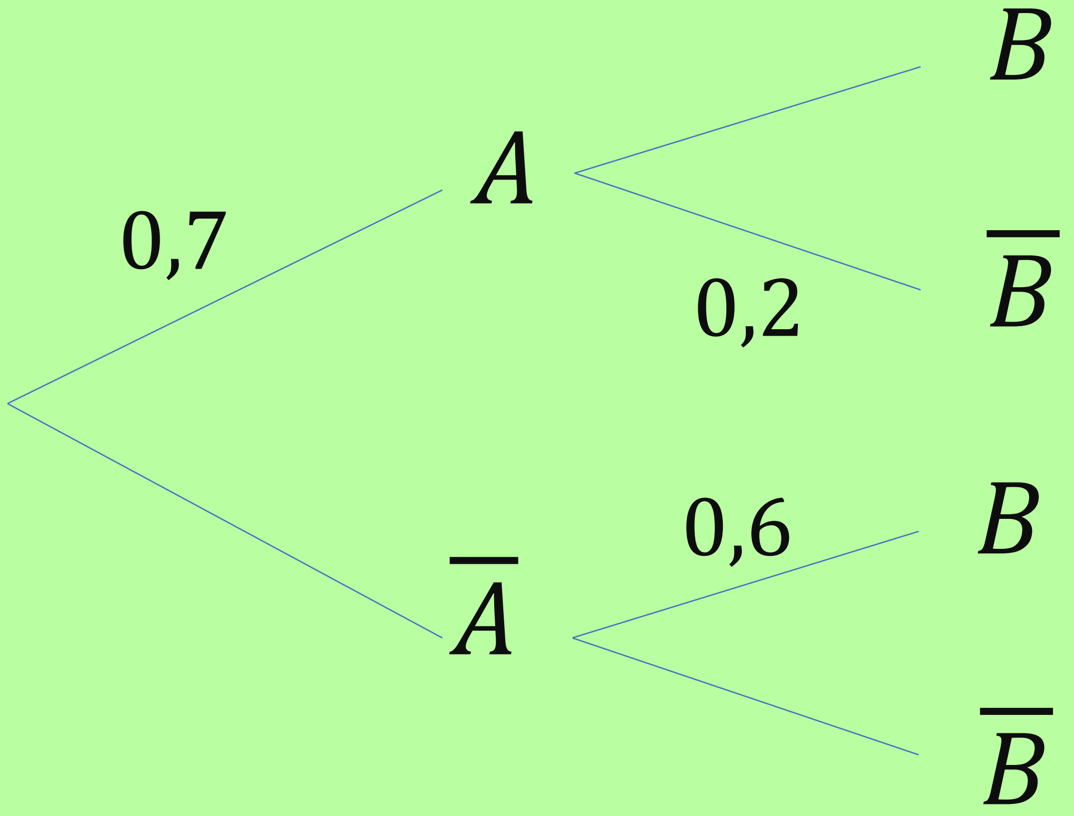
Chapitre Probas

Prérequis

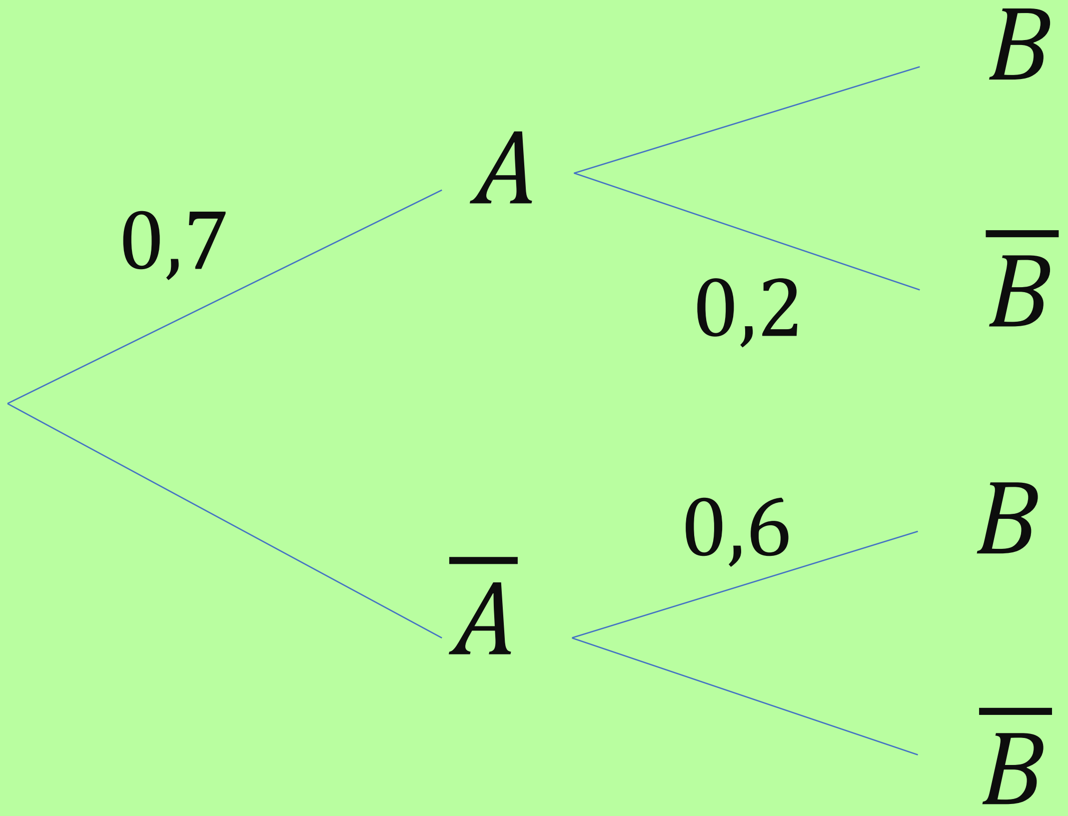
Pour les questions 1 à 6

Recopier cet arbre de probabilités



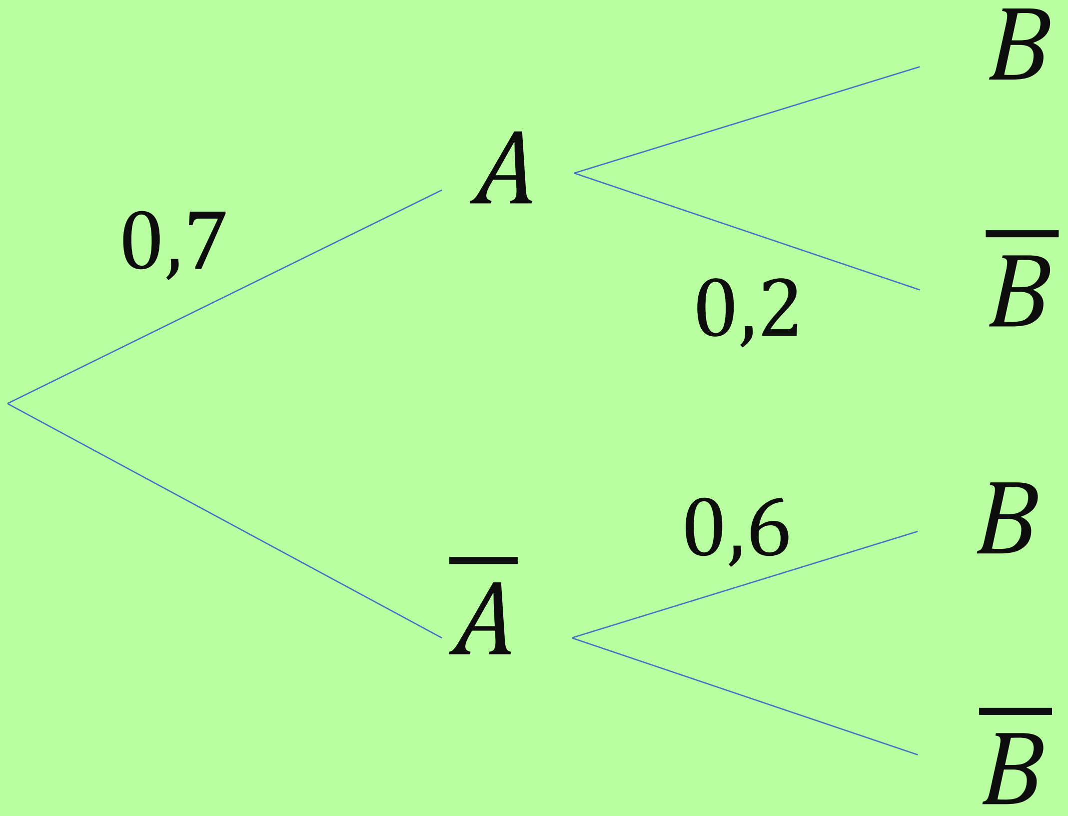
1

Complétez l’arbre de probabilités



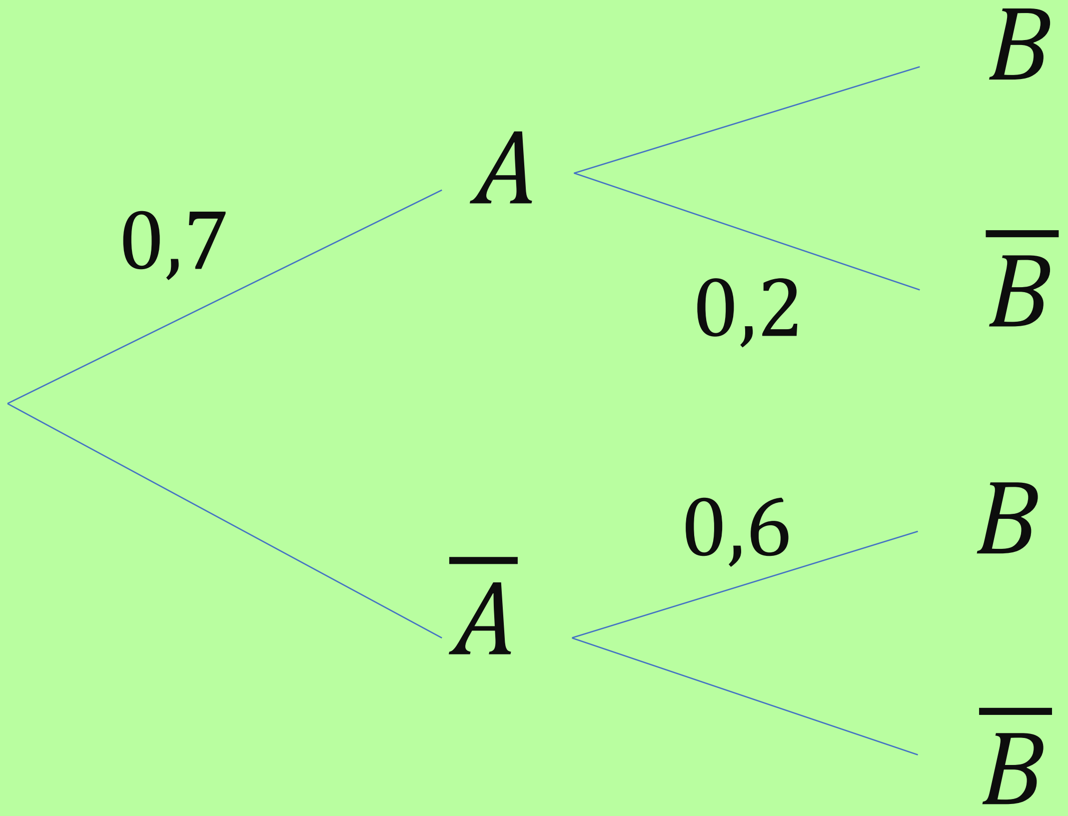
2

Déterminer $p(\overline{A})$



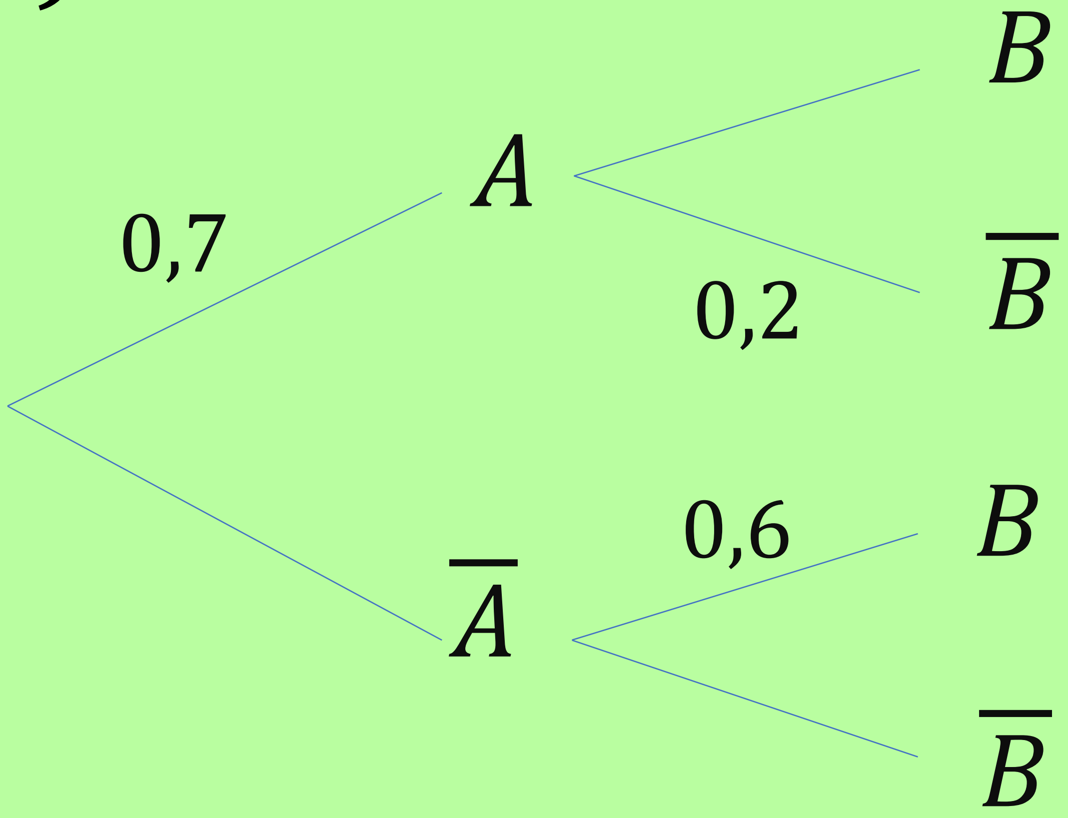
3

Déterminer $p_A(B)$



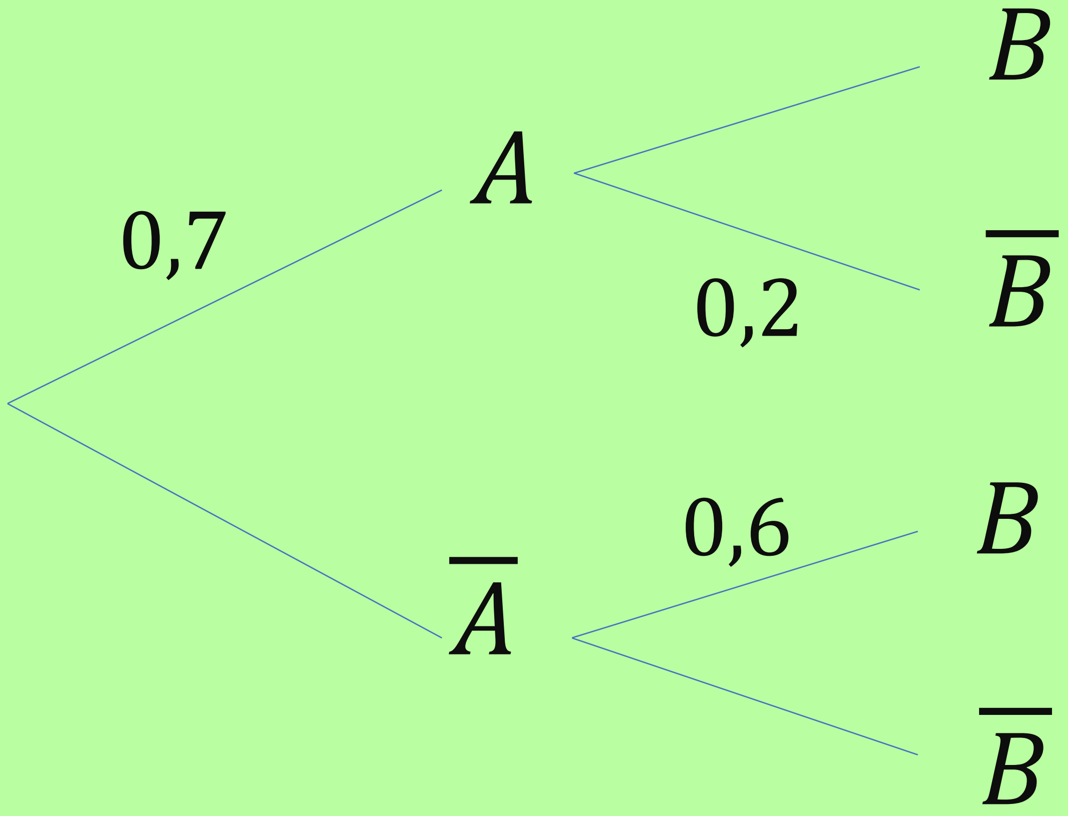
4

Déterminer $p(A \cap \overline{B})$



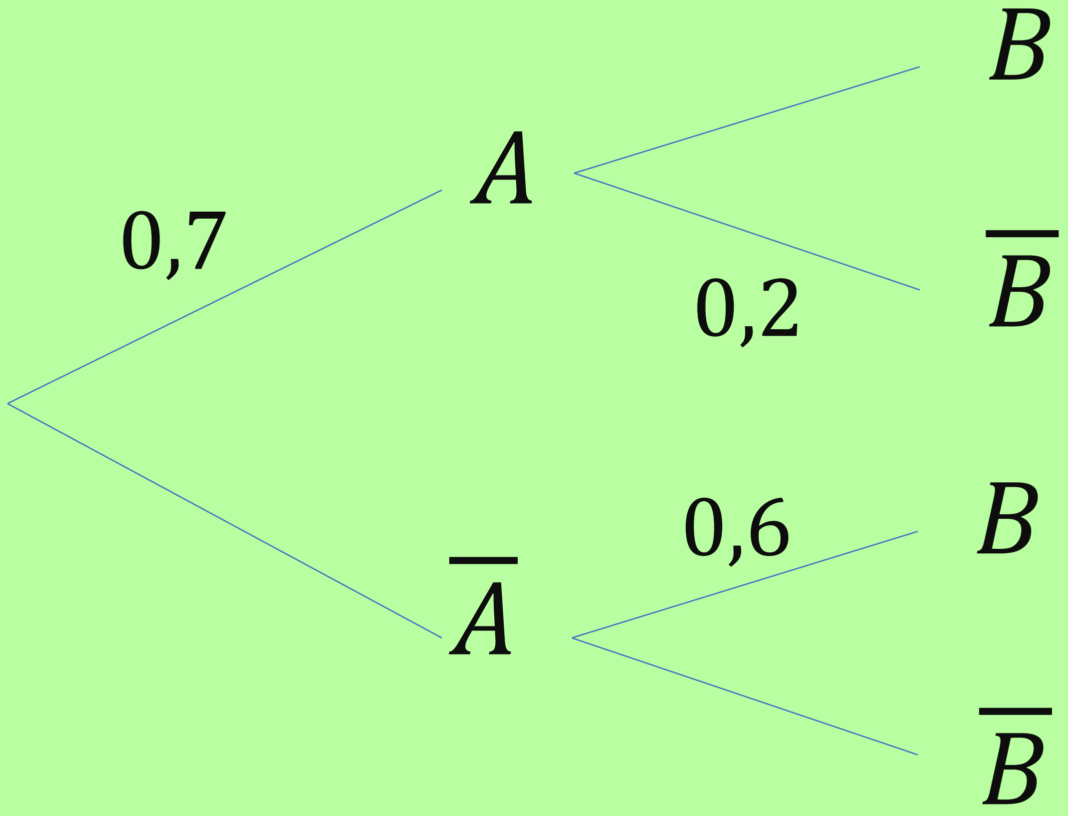
5

Déterminer $p(B)$



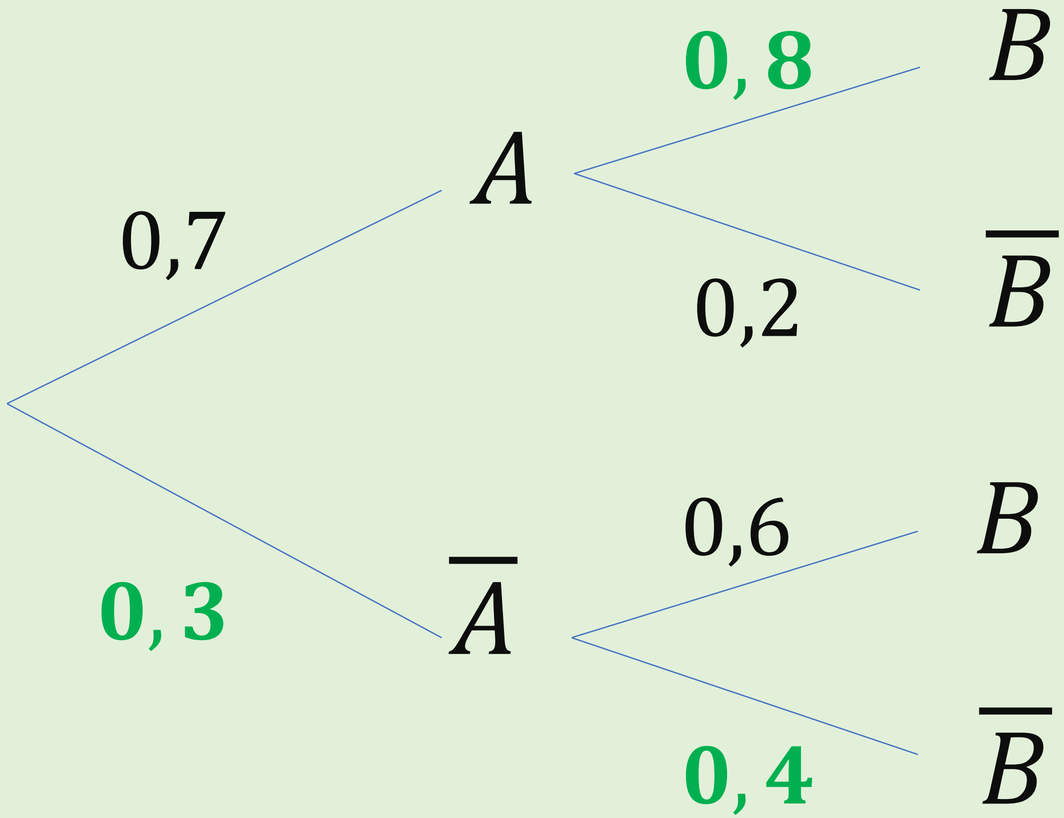
6

Déterminer $p_B(A)$



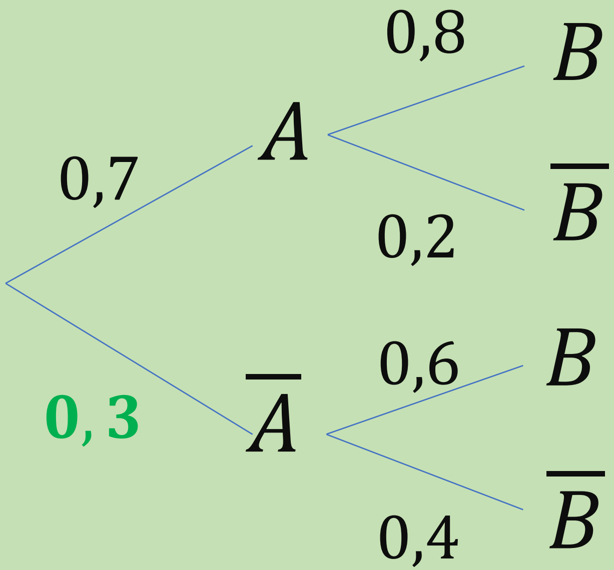
Correction des questions 1 à 6

1



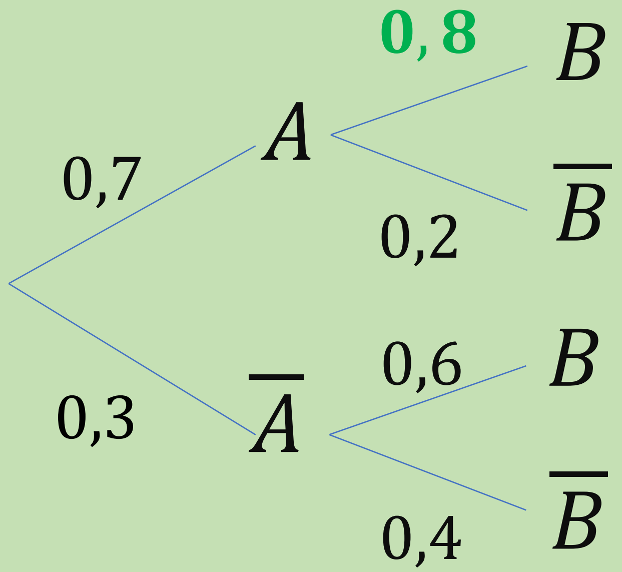
2

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A)$$
$$= 1 - 0,7 = 0,3$$



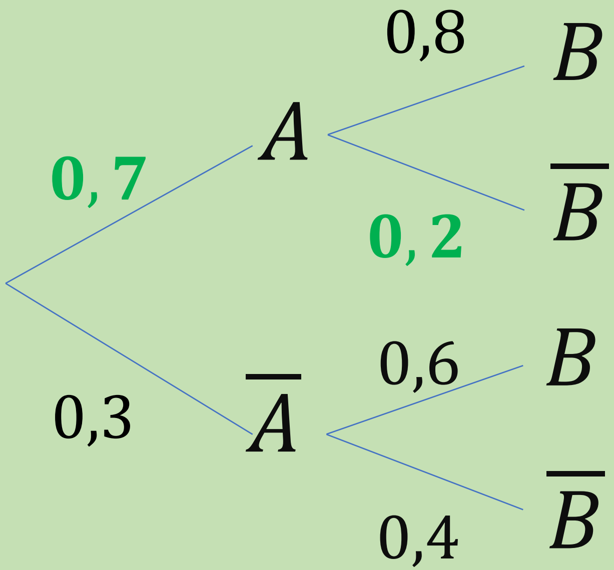
3

$$p_A(B) = 0,8$$



4

$$p\left(A \cap \overline{B}\right)$$
$$= p(A) \times p_A(\overline{B})$$
$$= 0,7 \times 0,2 = 0,14$$



5

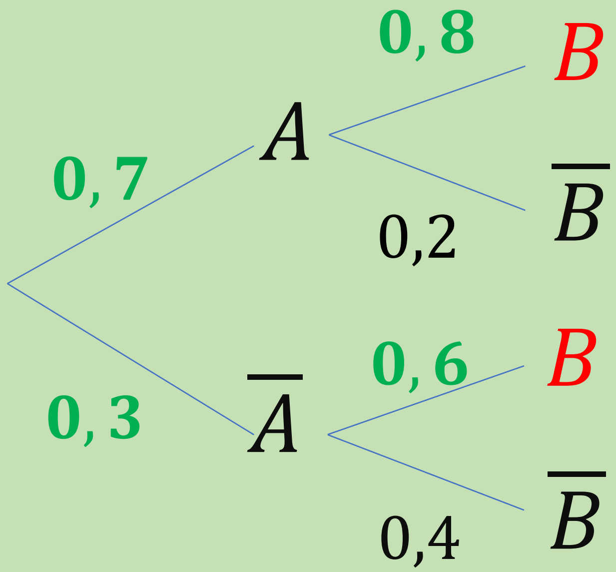
$$\boldsymbol{p(B)}$$

$$= p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B)$$

$$= p(A) \times p_A(B) + p(\overline{A}) \times p(A) \times p_{\overline{A}}(B)$$

$$= \mathbf{0,7 \times 0,8 + 0,3 \times 0,6 = 0,74}$$

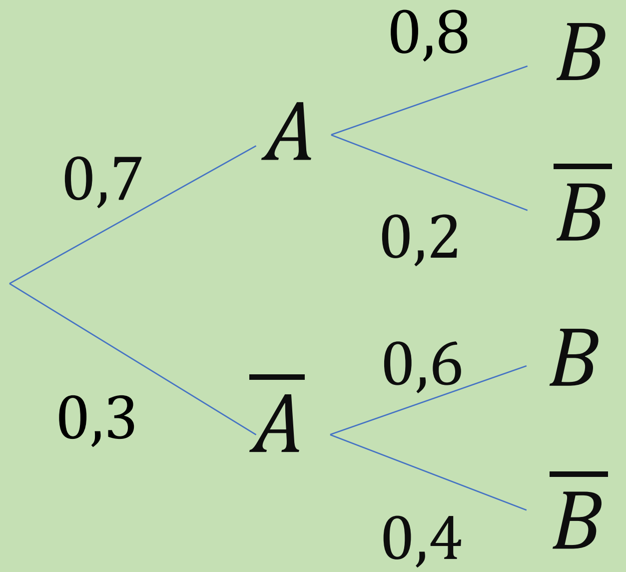
Formule des probabilités totales



6

$$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

$$= \frac{0,7 \times 0,8}{0,74} = \frac{28}{37}$$



7 Dans un lycée:

- 55% des élèves sont Majeurs.
- 25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.
- 33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club

On choisit au hasard un élève du lycée

On note M l’évènement: « l’élève est Majeur »

On note S l’évènement: « L’élève est sportif »

Traduire le nombre 55% en terme de probabilité.

8 Dans un lycée:

- 55% des élèves sont Majeurs.
- 25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.
- 33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club

On choisit au hasard un élève du lycée

On note M l’évènement: « l’élève est Majeur »

On note S l’évènement: « L’élève est sportif »

Traduire le nombre 25% en terme de probabilité.

9 Dans un lycée:

- 55% des élèves sont Majeurs.
- 25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.
- 33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club

On choisit au hasard un élève du lycée

On note M l’évènement: « l’élève est Majeur »

On note S l’évènement: « L’élève est sportif »

Traduire le nombre 33% en terme de probabilités.

10 Dans un lycée:

- 55% des élèves sont Majeurs.
- 25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.
- 33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club

On choisit au hasard un élève du lycée

On note M l'évènement: « l'élève est Majeur »

On note S l'évènement: « L'élève est sportif »

Construire un arbre pondéré adapté.

Correction des questions 7 à 10, avant de les exploiter

7

- **55% des élèves sont Majeurs.**
- 25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.
- 33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club

$$\boldsymbol{p(M) = 0,55}$$

8

- 55% des élèves sont Majeurs.
- **25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.**
- 33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club

$$p_{\overline{M}}(S) = 0,25$$

Stratégie pour ne pas confondre avec $p(\overline{M} \cap S)$:
Ici en inversant « mineur » et « pratique du sport… »
le sens de la phrase change

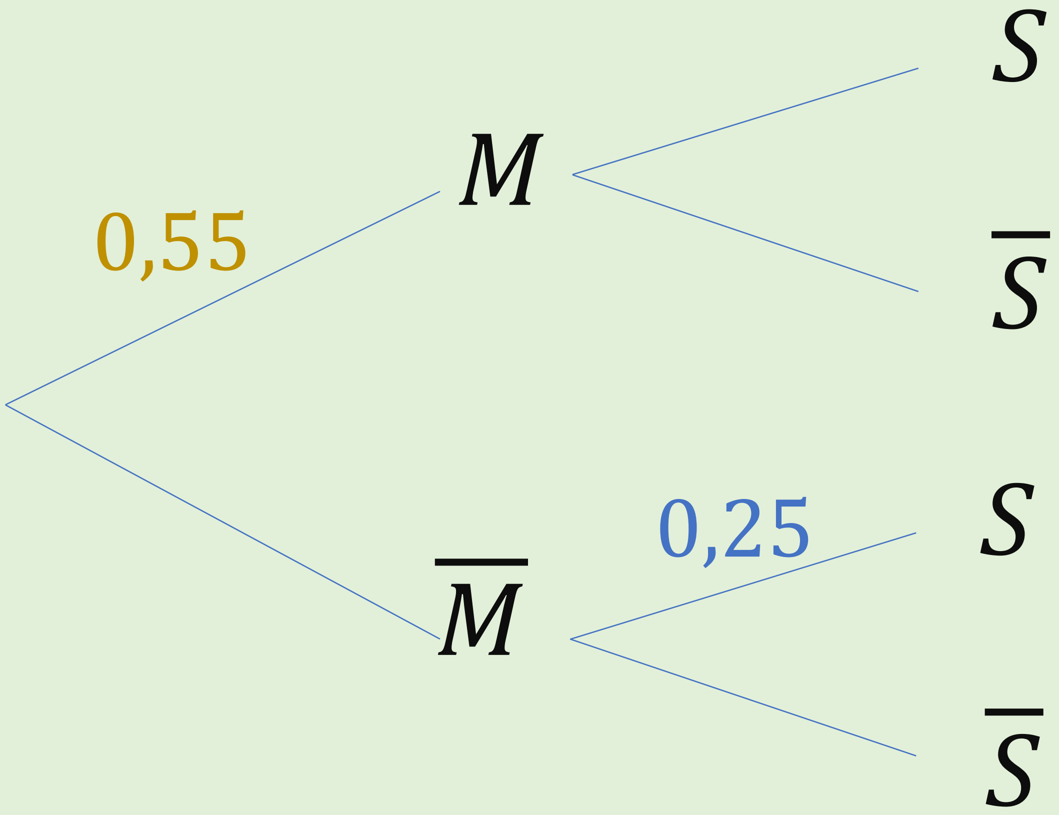
9

- 55% des élèves sont Majeurs.
- 25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.
- **33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club**

$$p(\underbrace{M \cap S}_{\text{élèves à la fois Majeurs et pratiquants un sport en club}}) = 0,33$$

9

- 55% des élèves sont Majeurs.
- 25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.
- 33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club



$\boldsymbol{p(M \cap S) = 0,33}$

11 Dans un lycée:

- 55% des élèves sont Majeurs.
- 25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.
- 33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club

On choisit au hasard un élève du lycée

On note M l'évènement: « l'élève est Majeur »

On note S l'évènement: « L'élève est sportif »

Calculer $p(S)$.

12 Dans un lycée:

- 55% des élèves sont Majeurs.
- 25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.
- 33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club

On choisit au hasard un élève du lycée

On note M l'évènement: « l'élève est Majeur »

On note S l'évènement: « L'élève est sportif »

Calculer $p_M(S)$.

13 Dans un lycée:

- 55% des élèves sont Majeurs.
- 25% des élèves mineurs pratiquent un sport en club.
- 33% des élèves du lycée sont des Majeurs qui pratiquent un sport en club

On choisit au hasard un élève du lycée

On note M l'évènement: « l'élève est Majeur »

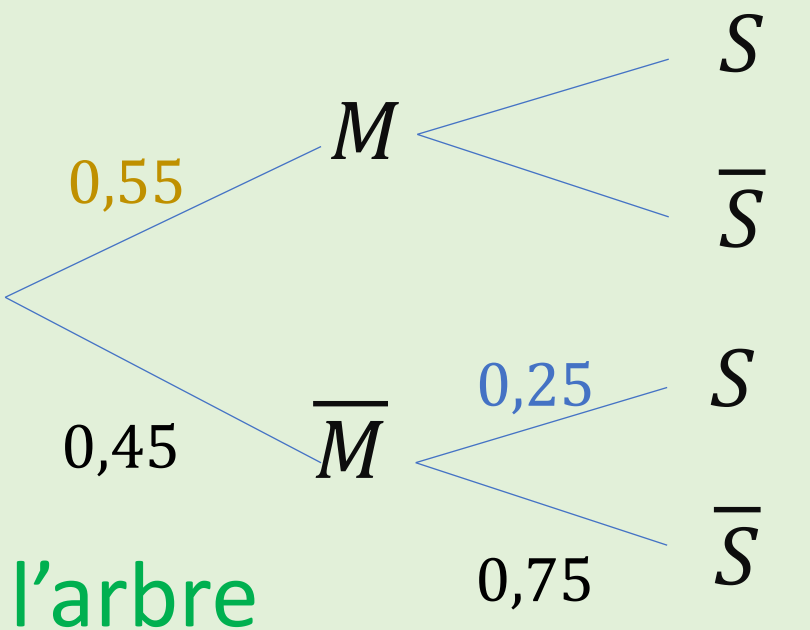
On note S l'évènement: « L'élève est sportif »

Calculer $p_S(M)$.

Correction des questions 11 à 13

11

- 55% Majeurs.
- 25% des mineurs font un sport en club.
- 33% des élèves sont à fois Majeurs et sportifs



$\boldsymbol{p(M \cap S)}$
$\boldsymbol{= 0,33}$

- On complète d'abord l'arbre
- Puis on calcule

$$\boldsymbol{p(S)}$$

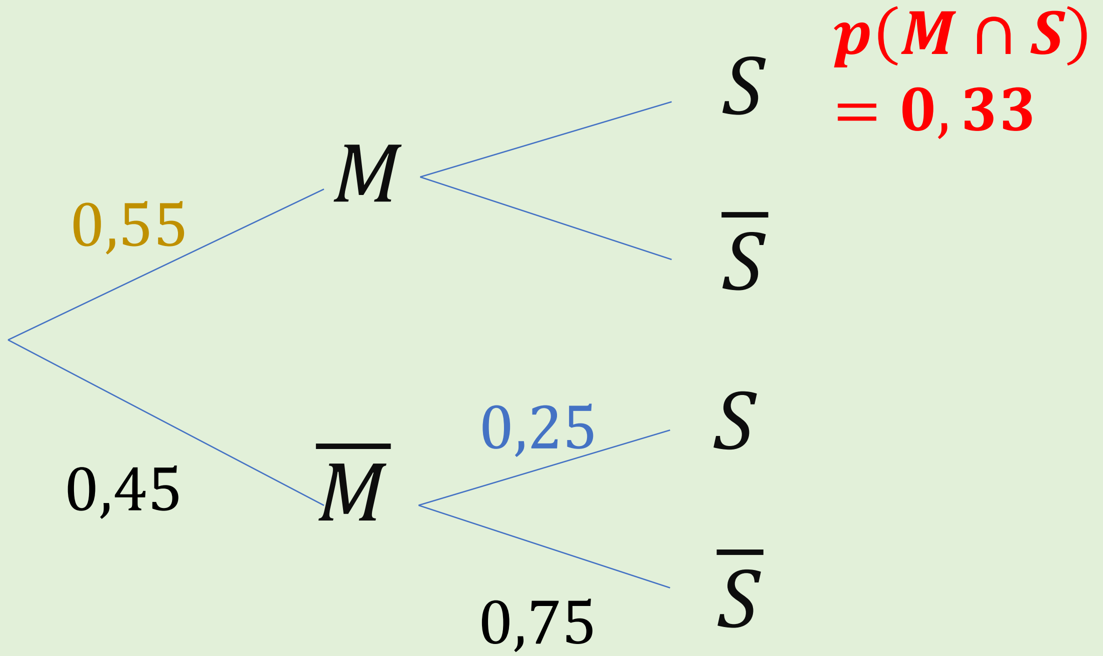
$$= p(M \cap S) + p\left(\overline{M} \cap S\right)$$

$$= 0,33 + p\left(\overline{M}\right) \times p_{\overline{M}}(S)$$

$$\boldsymbol{= 0,33 + 0,45 \times 0,25 = 0,4425}$$

12

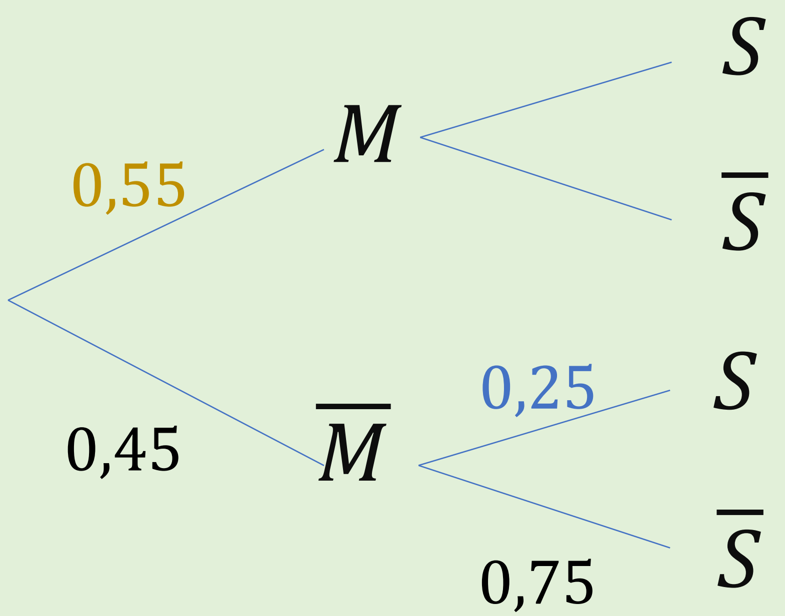
- 55% Majeurs.
- 25% des mineurs font un sport en club.
- 33% des élèves sont à fois Majeurs et sportifs



$$p_M(S) = \frac{p(S \cap M)}{p(M)} = \frac{0,33}{0,55} = \frac{3}{5} = 0,6$$

13

- 55% Majeurs.
- 25% des mineurs font un sport en club.
- 33% des élèves sont à fois Majeurs et sportifs

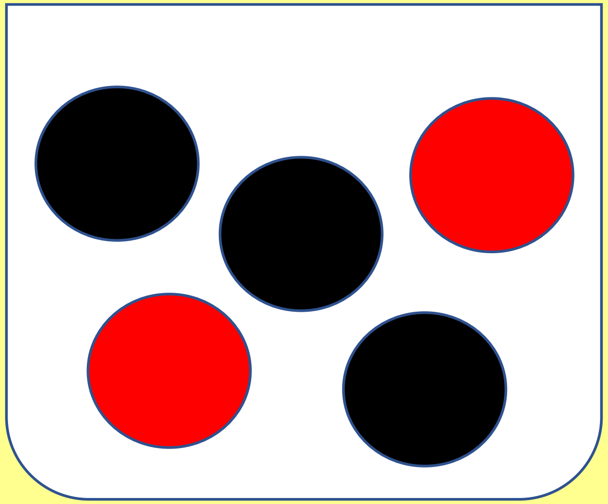


$\boldsymbol{p(M \cap S) = 0,33}$

$$p_S(M) = \frac{p(M \cap S)}{p(S)} = \frac{0,33}{0,4425} = \frac{44}{59} \approx 0,746$$

Cours et capacités attendues de Terminale

1



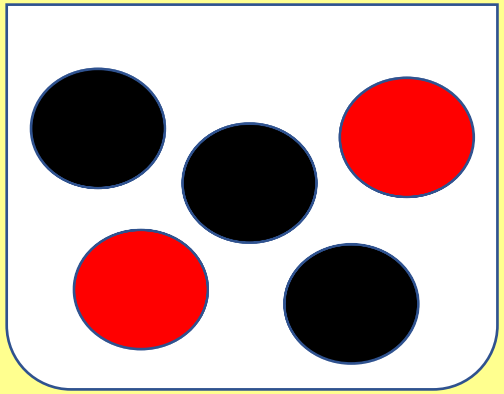
- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On prend une boule au hasard et on regarde sa couleur.
- On considère comme un succès d'obtenir une rouge.

A) Comment s'appelle ce type d'épreuve?

B) Décrire dans un petit tableau la loi associée.

2

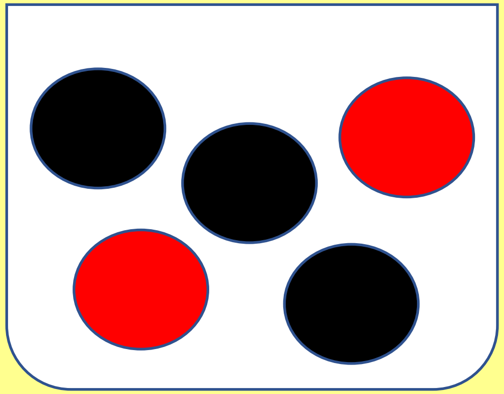
Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.



On tire de façon successives et sans remise trois boules de l’urne. **Ces trois tirages sont-ils indépendants. Justifiez!**

3

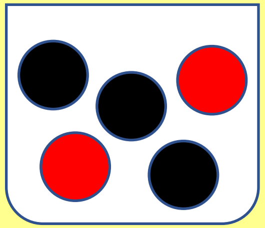
- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On prend une boule au hasard et on regarde sa couleur.



On tire de façon successives et avec remise trois boules de l’urne.

Comment s’appelle une telle situation?

4



- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d’une boule dans l’urne.
- À chaque tirage, l’obtention d’une rouge est un succès

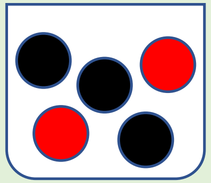
Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès après les trois tirages.

Décrire avec précision la loi que suit la variable aléatoire X?

Correction de
1 à 4

1

- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On prend une boule au hasard et on regarde sa couleur.



- **Cette épreuve est une épreuve de Bernouilli**

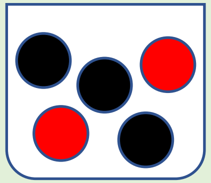
- **La loi associée est:**

Issue	**Rouge** **(succès)**	**Noire** **(échec)**
Probabilité	$p = \frac{2}{5} = 0{,}4$	$1 - p = 0{,}6$

2

- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On fait **trois tirages successifs SANS remise**.

Ces tirages sont-ils indépendants?

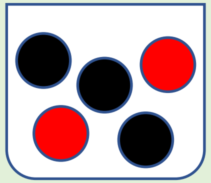


- Ces tirages ne sont pas indépendants car ils sont « sans » remise.
  Ainsi, la composition de l’urne change après chaque tirage.

3

- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On fait **trois tirages successifs AVEC remise**.

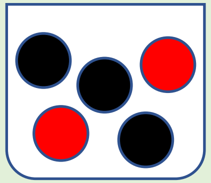
Comment s’appelle une telle situation?



- On répète trois fois de façon indépendante (car les tirages sont « avec » remise) la même épreuve de Bernouilli.
  Cette situation s’appelle un « Schéma de Bernouilli » de paramètres n=3 et p=0,4.

4

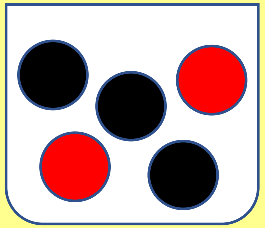
- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On fait **trois tirages successifs AVEC remise**.



- On répète trois fois de façon indépendante la même épreuve de Bernouilli (dont le succès est « obtenir une boule rouge » avec la probabilité p=0,4)
On a donc un « Schéma de Bernouilli » de paramètres n=3 et p=0,4.
La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès suit:
la loi Binomiale $\boldsymbol{B(n=3\,;p=0,4)}$

Reprise des questions

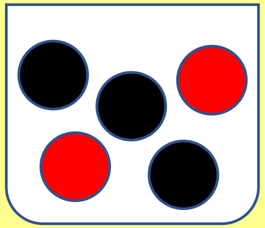
6



- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d'une boule dans l'urne.
- À chaque tirage, l'obtention d'une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n = 3\,; p = 0{,}4)$

Sans calculatrice, déterminer $\boldsymbol{p(X = 0)}$.
(écrire simplement le calcul)

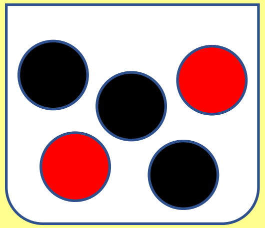
7



- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d’une boule dans l’urne.
- À chaque tirage, l’obtention d’une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n = 3 \,;p = 0{,}4)$

Sans calculatrice, écrire une formule simple pour calculer le probabilité d’obtenir au moins une boule rouge. **(Traduire la question et écrire la formule)**

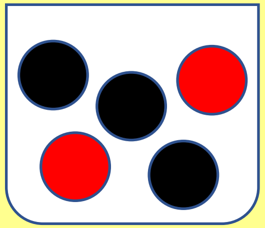
8



- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d'une boule dans l'urne.
- À chaque tirage, l'obtention d'une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n = 3\,;p = 0{,}4)$

Sans calculatrice, déterminer $p(X = 2)$.
(Ecrire la formule complète)

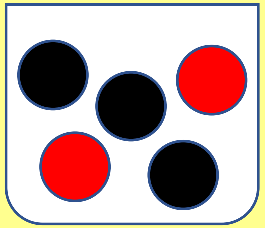
9



- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d’une boule dans l’urne.
- À chaque tirage, l’obtention d’une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n = 3\,;p = 0{,}4)$

Ecrire la formule de l’espérance $E(X)$, là calculer, et interpréter le résultat.

10



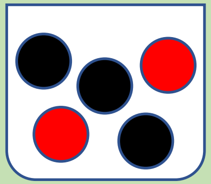
- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d'une boule dans l'urne.
- À chaque tirage, l'obtention d'une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n = 3\,;p = 0{,}4)$

Ecrire la formule de la variance $\mathrm{V}(X)$.

Correction de 6 à 10

6

- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d’une boule dans l’urne.
- À chaque tirage, l’obtention d’une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n = 3\ ,;p = 0{,}4)$

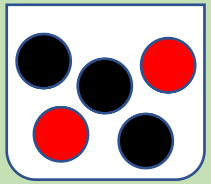


- $\boldsymbol{p(X = 0)}$ correspond à la probabilité de n’avoir aucun succès, donc que des échecs.
  En imaginant l’arbre associé à cette situation, on retrouve facilement:

$$\boldsymbol{p(X = 0) = 0{,}6^3 = 0{,}216}$$

7

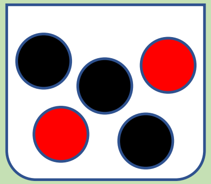
- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d'une boule dans l'urne.
- À chaque tirage, l'obtention d'une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n = 3\ ;\ p = 0{,}4)$



- L'évènement **« Obtenir au moins une rouge »,** noté **« $\boldsymbol{X \geq 1}$»** est **l'évènement contraire de** « N'obtenir aucune rouge », noté «$\boldsymbol{X = 0}$».
  On a donc:
  $$\boldsymbol{p(\text{"au moins une rouge"}) = 1 - p(X = 0) = 1 - 0{,}6^3 = 0{,}784}$$

8

- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d'une boule dans l'urne.
- À chaque tirage, l'obtention d'une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n = 3\ ,;p = 0{,}4)$



- $\boldsymbol{p(X = 2)}$ correspond à la probabilité d'avoir exactement deux rouges donné par la formule:

$$\boldsymbol{p(X = 2) = \binom{3}{2} \times 0{,}4^2 \times 0{,}6^1 = 0{,}288}$$

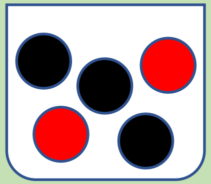
Nombre de combinaison de 2 éléments dans un ensemble à 3 éléments

Qui correspond ici au …

Nombre de façon de placer 2 succès parmi trois places (imaginez l'arbre)

9

- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d'une boule dans l'urne.
- À chaque tirage, l'obtention d'une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n = 3\,,;p = 0{,}4)$

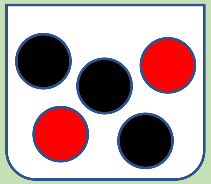


L'espérance d'une variable aléatoire X qui suit la loi Binomiale $B(n\,;p)$ est donnée par: $\boldsymbol{E(X) = n \times p}$

- **Ici, on obtient donc: $E(X) = 3 \times 0,4 = 1,2$**
- **<u>Interprétation</u>: Si on répète un grand nombre de fois cette expérience, on obtient en moyenne 1,2 boule rouge par expérience.**

10

- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue trois tirages successifs avec remise d’une boule dans l’urne.
- À chaque tirage, l’obtention d’une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n = 3\ ,;p = 0{,}4)$



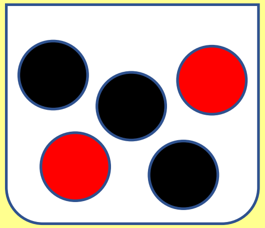
La variance d’une variable aléatoire X qui suit la loi Binomiale $B(n\,;p)$ est : $\mathbf{V}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{np}(\mathbf{1} - \boldsymbol{p})$

- **Ici, on obtient donc:**

$$\boldsymbol{V(X) = 3 \times 0,4 \times 0,6 = 0,72}$$

Reprise des questions

11



- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue maintenant $\boldsymbol{n}$ **tirages successifs avec remise** d'une boule dans l'urne. (n entier naturel supérieur à 1)
- À chaque tirage, l'obtention d'une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après n tirages suit la loi binomiale $B(\boldsymbol{n}\,; p = 0{,}4)$

Prouver que $\boldsymbol{p(X \geq 1) = 1 - 0,6^n}$.

12

Résoudre l'inéquation :

$$1 - 0{,}6^n > 0{,}99$$

(Si vous n'y parvenez pas essayer de trouver le résultat en tâtonnant avec la calculatrice)

13

On souhaite maintenant déterminer par une méthode algorithmique le plus petit entier n tel que:

$$1 - 0{,}6^n > 0{,}99.$$

Recopier et compléter le programme Python ci-contre pour y parvenir.

```
n=0
while .....:
    n=....
print(n)
```

14

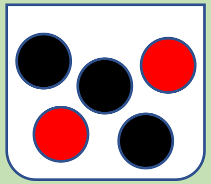
En résolvant l'inéquation $1 - 0{,}6^n > 0{,}99$ vous avez trouvé $n \geq 10$.

Dans le contexte de cet exercice, interpréter ce résultat par une phrase claire et précise

Correction de 11 à 14

11

- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue $\boldsymbol{n}$ **tirages** successifs avec remise d'une boule dans l'urne.
- À chaque tirage, l'obtention d'une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n\,;0{,}4)$



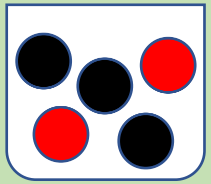
- L'évènement **« $X \geq 1$»** **(« Obtenir au moins une rouge »)** est **l'évènement contraire de «$X = 0$»** **(« N'obtenir aucune rouge ») .**

On a donc:

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - 0,6^{n}$$

12

- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue $\boldsymbol{n}$ **tirages** successifs avec remise d'une boule dans l'urne.
- À chaque tirage, l'obtention d'une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n\,;0{,}4)$



$$1-0,6^n>0,99$$

$$\Leftrightarrow 1-0,99>0,6^n$$

$$\Leftrightarrow 0,6^n<0,01$$

$$\Leftrightarrow \ln(0,6^n)<\ln(0,01)$$

$$\Leftrightarrow n\ln(0,6)<\ln(0,01)$$

$$\Leftrightarrow n>\frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}6)}$$

Changement de sens de l'inégalité
car $\ln(0,6)<0$
car $0,6\in]0\,;1[$

Donc $\boldsymbol{n}\geq 10$

Car $\boldsymbol{n}$ est un entier

13 On souhaite maintenant déterminer par une méthode algorithmique le plus petit entier n tel que: $1-0{,}6^n > 0{,}99$.

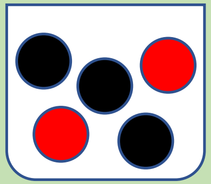
Recopier et compléter le programme Python ci-contre pour y parvenir.

```
n=0
while .....:
    n=....
print(n)
```

```
n=0
while 1-0.6**n<=0.99:
    n=n+1
print(n)
```

14

- Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires.
- On effectue $\boldsymbol{n}$ **tirages** successifs avec remise d'une boule dans l'urne.
- À chaque tirage, l'obtention d'une rouge est un succès
- La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès après trois tirages suit la loi binomiale $B(n\,;0{,}4)$



- On a prouvé que la probabilité d'obtenir au moins une rouge est supérieure à 0,99 dès que le nombre n de répétitions de l'expérience est supérieure ou égale à 10…

Donc…

- **Il faut répéter au moins 10 fois l'expérience pour avoir plus de 99% de chance d'obtenir au moins une boule rouge.**

Reprise des questions

- Un magasin informatique vend le même jour 4 ordinateurs à des particuliers.
- On estime que la probabilité qu'un ordinateur de ce type fonctionne encore 5 ans plus tard est 0,2 (c'est notre succès).
- On suppose l'indépendance des pannes d'ordinateurs
- X est la variable aléatoire qui compte les ordinateurs encore en service 5 ans plus tard.

QCM:

Après avoir décrit la loi suivie par la variable X,

Trouver pour chacune des questions l'unique bonne réponse parmi les quatre proposées

15

- Un magasin informatique vend le même jour 4 ordinateurs à des particuliers.
- On estime que la probabilité qu'un ordinateur de ce type fonctionne encore 5 ans plus tard (c'est notre succès) est 0,2. On suppose l'indépendance des pannes d'ordinateurs
- X est la variable aléatoire qui compte les ordinateurs encore en service 5 ans plus tard .

Cinq ans plus tard …

La probabilité pour que les quatre ordinateurs soient encore en service est, à 10^{-3} près :

a) 0,8	b) 0,16	c) 0,002	d) 0,41

16

- Un magasin informatique vend le même jour 4 ordinateurs à des particuliers.
- On estime que la probabilité qu'un ordinateur de ce type fonctionne encore 5 ans plus tard (c'est notre succès) est 0,2. On suppose l'indépendance des pannes d'ordinateurs
- X est la variable aléatoire qui compte les ordinateurs encore en service 5 ans plus tard .

Cinq ans plus tard …

La probabilité pour que trois ordinateurs exactement ne fonctionnent pas est:

a) $\binom{4}{3} \times 0,2^3 \times 0,8^1$	b) $\binom{4}{1} \times 0,2^1 \times 0,8^3$
c) $\binom{3}{1} \times 0,2^1 \times 0,8^3$	d) $\binom{4}{1} \times 0,2^4 \times 0,8^1$

17

- Un magasin informatique vend le même jour 4 ordinateurs à des particuliers.
- On estime que la probabilité qu'un ordinateur de ce type fonctionne encore 5 ans plus tard (c'est notre succès) est 0,2. On suppose l'indépendance des pannes d'ordinateurs
- X est la variable aléatoire qui compte les ordinateurs encore en service 5 ans plus tard .

Cinq ans plus tard …

La probabilité pour que trois ordinateurs exactement ne fonctionnent pas est, à 10^{-3} près:

a) 0,996	**b) 0,026**	**c) 0,59**	**d) 0,41**

18

- Un magasin informatique vend le même jour 4 ordinateurs à des particuliers.
- On estime que la probabilité qu'un ordinateur de ce type fonctionne encore 5 ans plus tard (c'est notre succès) est 0,2. On suppose l'indépendance des pannes d'ordinateurs
- X est la variable aléatoire qui compte les ordinateurs encore en service 5 ans plus tard .

Cinq ans plus tard …

La probabilité pour qu'il y ait moins de trois ordinateurs en service est:

a) $p(X \leq 3)$	b) $p(X \leq 2)$	c) $1 - p(X \leq 2)$	d) $p(X \geq 3)$

19

- Un magasin informatique vend le même jour 4 ordinateurs à des particuliers.
- On estime que la probabilité qu'un ordinateur de ce type fonctionne encore 5 ans plus tard (c'est notre succès) est 0,2. On suppose l'indépendance des pannes d'ordinateurs
- X est la variable aléatoire qui compte les ordinateurs encore en service 5 ans plus tard .

Cinq ans plus tard …

La probabilité pour qu'il y ait moins de trois ordinateurs en service est, à 10^{-3} près:

a) 0,154	b) 0,998	c) 0,973	d)0,992

20

- Un magasin informatique vend le même jour 4 ordinateurs à des particuliers.
- On estime que la probabilité qu’un ordinateur de ce type fonctionne encore 5 ans plus tard (c’est notre succès) est 0,2. On suppose l’indépendance des pannes d’ordinateurs
- X est la variable aléatoire qui compte les ordinateurs encore en service 5 ans plus tard .

Cinq ans plus tard …

La probabilité pour qu’au moins deux ordinateurs soient encore en service est, à 10^{-3}près:

a) 0,154	**b) 0,973**	**c) 0,037**	**d)0,181**

Correction de 15 à 20

Remarque:
Aucune justification n’est demandée, mais pour faciliter la compréhension les réponses qui suivent seront cependant justifiées

15 **Cinq ans plus tard, a probabilité pour que les quatre ordinateurs soient encore en service, est, à 10^{-3}près:**

- On peut assimiler la vérification du fonctionnement de chacun des quatre ordinateurs à une répétition de façon identique et indépendante de la même épreuve de Bernouilli (dont le succès est « l'ordinateur fonctionne encore » de probabilité $p = 0{,}2$).

La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès suit donc la loi Binomiale $\boldsymbol{B(n = 4\,;p = 0,2)}$

- La probabilité que les quatre ordinateurs soient encore en service est:

$$\boldsymbol{p(X = 4) = 0,2^4 = 0,0016 \approx 0,002}$$

La bonne réponse est la réponse c)

16 Cinq ans plus tard, a probabilité pour que les quatre ordinateurs soient encore en service, est, à 10^{-3} près:

La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès suit la loi Binomiale $B(n = 4\ ;p = 0,2)$

- La probabilité que **trois ordinateurs exactement ne fonctionnent plus** est la probabilité qu'**un seul exactement fonctionne,** c'est à dire **:** $p(X = 1)$
- D'après le cours $p(X = 1) = \binom{4}{1} \times 0,2^{1} \times 0,8^{4-1}$

La bonne réponse est la réponse b)

17 Cinq ans plus tard, a probabilité pour que les quatre ordinateurs soient encore en service, est, à 10^{-3}près:

La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès suit la loi Binomiale $\boldsymbol{B(n = 4\,;p = 0,2)}$

- Pour calculer $p(X = 1)$ on peut utiliser la formule de la question 17 mais il est plus facile d'utiliser les touches spécifiques de la calculatrice que vous pouvez retrouver dans votre livre aux pages 465 pour TI, 468 pour Casio et 471 pour NumWorks.
- **On obtient** $\boldsymbol{p(X = 1) = 0,4096 \approx 0,41}$

La bonne réponse est la réponse d)

18 Cinq ans plus tard, a probabilité pour que les quatre ordinateurs soient encore en service, est, à 10^{-3} près:

La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès suit la loi Binomiale $B(n = 4\,; p = 0,2)$

- « Moins de trois ordinateurs en service » signifie « Aucun ou un seul ou deux ordinateurs en service » c'est-à-dire « $X \leq 2$ ».
- Ici cherche donc $p(X \leq 2)$

La bonne réponse est la réponse b)

19 Cinq ans plus tard, a probabilité pour que les quatre ordinateurs soient encore en service, est, à 10^{-3} près:

La variable aléatoire X qui compte le nombre de succès suit la loi Binomiale $B(n = 4\,; p = 0,2)$

- « Moins de trois ordinateurs en service » signifie « Aucun ou un seul ou deux ordinateurs en service » c'est-à-dire « $X \leq 2$ ».
- Les pages de la calculatrices rappelées juste avant expliquent comment calculer $p(X \leq k)$
- Ici on obtient $p(X \leq 2) = 0,9728 \approx 0,973$

La bonne réponse est la réponse c)

20 **Cinq ans plus tard, a probabilité pour que les quatre ordinateurs soient encore en service, est, à 10^{-3} près:**

- « Au moins deux ordinateurs en service » signifie « deux ou plus de deux ordinateurs en service » c'est-à-dire « $X \geq 2$ ».
- Or, l'événement « $X \geq 2$ » est l'évènement contraire de l'événement « $X < 2$ » c'est-à-dire de « $X \leq 1$ »
- Donc $p(X \geq 2) = 1 - p(X \leq 1) \approx 0,1808 \approx 0,181$

La bonne réponse est la réponse d)