

# Bien préparer sa rentrée en terminale spécialité maths

Ce fascicule, élaboré par l'équipe de mathématique du Lycée Mémona-Hintermann-Affejee, a pour objectif d'aider les futurs élèves de la spécialité math de terminale à acquérir et/ou à consolider ces prérequis indispensables.

Prérequis du collège et de seconde		
	Intitulé	Commentaires
Partie 1	Maîtrise des techniques de base de calcul numérique (Fractions, Puissances, Racines carrées)	<ul style="list-style-type: none"><li>Formules à connaître par coeur - Travailler sans calculatrice (Ex2 - Ex3 - Ex4 - Ex5 - Ex6 à répéter jusqu'à maîtrise parfaite)</li><li>Ne pas se contenter de comprendre, mais viser la dextérité mentale</li></ul>
Partie 2	Généralités sur les fonctions	<ul style="list-style-type: none"><li>Seulement des rappels de cours ici (des exercices d'application seront proposés en partie 5: Ex16 et Ex17)</li></ul>
Partie 3	Maîtrise des bases générales sur égalités et équations	<ul style="list-style-type: none"><li>Un rappel très complet sur les égalités et les transformations d'écriture (Développement: Ex7 ; Factorisation: Ex8 ; Mise sous forme quotient Ex9)</li><li>Un rappel très complet sur les équations (Ex10) Application: Intersection d'une courbe avec les axes( Ex11)</li></ul>
Partie 4	Maîtrise des bases sur les équations réduites de droites	<ul style="list-style-type: none"><li>L'étude de la dérivation commencée en 1ère, et associée à la notion de "tangente à une courbe" nécessite une maîtrise parfaite des équations de droites (Ex12 et Ex13)</li></ul>
Partie 5	Bases sur les inégalités, les inéquations et les études de signe des fonctions	<ul style="list-style-type: none"><li>Manipulations d'inégalités - Signe d'un nombre - Ordre induit par les variations des fonctions (usuelles) Ex14 et Ex15</li><li>Inéquations et signe d'une fonction (Lecture graphique Ex16 et Ex17)</li><li>Constitution d'une boîte à outil "Etude de signes (Ex18 et Ex19)</li></ul>

Quelques Prérequis de première		
Partie 6	Second degré	<ul style="list-style-type: none"><li>Récapitulatif sur équations, signe et inéquations du second degré Cours à connaître par coeur - Ex 20 et Ex 21</li></ul>
Partie 7	Bases sur la dérivée d'une fonction en un points	<ul style="list-style-type: none"><li>Mettre du sens sur le nombre dérivé d'une fonction en un point et son interprétation graphique</li><li>Equation de la tangente (Ex20)</li></ul>
Partie 8	Premières bases sur les suites numériques	<ul style="list-style-type: none"><li>Savoir calculer les termes d'une suite</li><li>Définition des suites arithmétiques et géométriques (Ex21)</li><li>Ex 22: Variations de suites en étudiant le signe de <math>u_{n+1} - u_n</math></li></ul>

## Corrections:

Vous trouverez un énoncé du fascicule et les corrections des exercices sur le site du lycée à l'adresse:

<https://etab.ac-reunion.fr/lyc-memona-hintermann-affejee/mathematiques/>

- Enoncé: Cliquer sur le lien "[Préparer-sa-rentree-en-Terminale-spe-Maths](#)"
- Corrections: Cliquer sur le lien "[Correction-Préparer-sa-rentree-en-Terminale-spe-Maths](#)"

## Support d'aide:

En cas de difficultés malgré les nombreux rappels, vous trouverez des cours en vidéo, des méthodes détaillées et des exercices corrigés sur le site "Jaicompris.com", menus "seconde" et "première spé maths"

## Idée de calendrier d'organisation pendant les vacances:

- Il est conseillé de travailler peu mais souvent pour réactiver et ancrer des automatismes.
- Sur 8 semaines de vacances, 30 heures de travail intensif, à raison de 1h par jour, 5 jour par semaine sur les 6 dernières semaines peut être considéré comme un objectif pertinent. (*À adapter en fonction des besoins*)
- Il est conseillé d'établir un calendrier précis dès votre départ en vacances (Voir un support possible au verso)

**Evaluation:** Une évaluation ne portant que sur des questions très proches de celles de ce fascicule aura lieu dans la semaine de la rentrée. Elle fera office de diagnostic et constituera la première note du semestre.

**Intégrer cette spécialité est un droit mais aussi une responsabilité.**

**Soyez véritablement acteur de votre progression.**

## Calendrier possible d'organisation et de suivi

	Date	Thème et exercices prévu	Travail effectif et remarques
1			
2			
3			
4			
5			

6			
7			
8			
9			
10			

11			
12			
13			
14			
15			

16			
17			
18			
19			
20			

21			
22			
23			
24			
25			

26			
27			
28			
29			
30			

# PARTIE 1 : Maîtrise des techniques de base de calcul numérique.

## Remarques préalables

Ici, il faut connaître par cœur les formules, et après avoir compris les techniques de mise en application, il est important de viser la dextérité mentale.

Cela demande un entraînement répété et régulier.

Vous pouvez vous appuyer pour cela sur des logiciels de travail mental en ligne, par exemple :

<https://maths-au-quotidien.fr/automaths/#/notions/2de>

Vous pourrez alors choisir le thème, le nombre de questions, la difficulté et le temps de réflexion.

Vous pourrez remarquer que cet outil permet aussi de renforcer les automatismes sur d'autres notions que l'on rappellera plus loin (développement, factorisations, etc ...). N'hésitez pas à l'utiliser pour toutes les notions abordées dans ce fascicule.

**NB: L'abus d'automatisation de ces techniques n'est pas dangereuse pour la santé**

## 1 - FRACTIONS

Définition d'un quotient	Définition d'une fraction
Le résultat de la division de $a$ par $b$ ( $b \neq 0$ ) s'appelle le <b>quotient</b> de $a$ par $b$ et peut s'écrire sous la forme fractionnaire $\frac{a}{b}$ .	- Le quotient $\frac{a}{b}$ s'appelle une <b>fraction</b> lorsque $a$ et $b$ sont entiers - Tout entier $a$ peut s'écrire sous forme de fraction car $a = \frac{a}{1}$

Egalité	Simplification	Produit
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ signifie que $a \times d = b \times c$ <i>(produits en croix égaux)</i>	$\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$ $a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{1 \times d} = \frac{ac}{d}$

Somme ou Différence de fractions	inverse	Division
<p>a) <u>Pour les fractions de même dénominateur</u> :</p> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}</math> et <math>\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}</math> </div> <p><i>(On ajoute ou on soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur commun)</i></p> <p>b) <u>Quand les dénominateurs sont différents</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• On réduit les fractions au même dénominateur <i>(avec les formules de simplification)</i></li> <li>• On applique la règle du a)</li> <li>• On simplifie le quotient obtenu</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><i>Deux nombres sont inverses l'un de l'autre lorsque leur produit est égal à 1.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• L'inverse de <math>\frac{a}{b}</math> est <math>\frac{b}{a}</math></li> <li>• L'inverse de <math>a</math> est <math>\frac{1}{a}</math></li> </ul>	<p style="text-align: center;"><i>Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse.</i></p> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}</math> ou <math>\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}</math> </div>

### EX1 Simplifier au maximum SANS CALCULATRICE. (Le résultat est soit un entier soit sous forme fractionnaire)

1) $\frac{12}{16} =$	7) $1 \div \frac{3}{4} =$	13) $\frac{123769453}{500} \times \frac{4500}{123769453} =$
2) $\frac{-6}{36} =$	8) $\frac{5}{7} - \frac{3}{14} =$	14) $\frac{0,2\pi}{0,6\pi} =$
3) $\frac{-1}{6} + \frac{7}{6} =$	9) $2 + \frac{1}{3} =$	15) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1^2}{2} =$
4) $\frac{4}{3} \times \frac{5}{4} =$	10) $2 + \frac{1}{x} =$	16) $-2\left(1 - \frac{1}{3}\right) =$
5) $7 \times \frac{5}{14} =$	11) $\frac{8+x}{1} =$	17) $\frac{2}{1-2x} - 1 =$
6) $-3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) =$	12) $\frac{8x}{x} =$	18) $\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} =$

## 2 - PUISSANCES

**Définition:** ( $a$  est un nombre réel et  $n$  un entier naturel non nul)

**Nombres à la même puissance**

- Le nombre  $a^n$  qui se lit " $a$  puissance  $n$ " ou " $a$  exposant  $n$ " est le produit

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ termes}} \quad \text{On a } a^1 = a \text{ et par convention: } a^0 = 1$$

- Si  $a \neq 0$ , on définit le nombre  $a^{-n}$  comme l'inverse de  $a^n$  donc  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

**Règles de calcul sur les puissances d'un même nombre** ( $n$  et  $p$  sont des entiers relatifs)

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

**EX2 SANS CALCULATRICE, Ecrire les nombres suivants sous la forme  $a^n$ .**

$$1) \frac{1}{5^4} =$$

$$4) \frac{25^4}{5^6} =$$

$$7) \frac{5^{-2} \times 5^{-7}}{5^{-1}} =$$

$$10) \frac{a}{\frac{a^{-3n}}{a^{1-3n}}} =$$

$$2) (2^3)^4 =$$

$$5) (\sqrt{3})^4 =$$

$$8) 2 \times 2^n =$$

$$11) 16^{5n} \times 4 =$$

$$3) 7 \times 7^3 =$$

$$6) 4^3 \times 5^3 =$$

$$9) a^n \times a^{1-n} =$$

$$12) 2^{n+1} - 2^n =$$

**EX3 SANS CALCULATRICE, simplifier au maximum.**

$$1) \frac{15^2}{5} =$$

$$2) \frac{15^2}{5} =$$

$$3) (3a)^2 - 3a^2 =$$

$$4) \frac{8^3 \times 15^2}{9 \times 5 \times 16^2} =$$

## 3 - RACINES CARREES

**Définition**

- Soit  $x$  un nombre positif ou nul  
La **Racine carrée** de  $x$  est l'unique nombre positif ou nul dont le carré vaut  $x$ .
- En particulier, on a  $\sqrt{0} = 0$  et  $\sqrt{1} = 1$
- La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

**Liens entre "racine carrée" et "carré" d'un nombre**

Pour tout nombre positif ou nul  $x$

$$(\sqrt{x})^2 = x$$

(Le carré de  $\sqrt{x}$  est  $x$  ... C'est la définition)

**Attention:**

$\sqrt{x^2}$  n'est pas toujours égal à  $x$ .  
C'est le cas seulement si  $x \geq 0$

En fait  $\sqrt{x^2} = |x|$

**Règles de calcul sur les Racines Carrées** ( $a$  et  $b$  sont des nombres positifs ou nuls)

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

La racine d'un produit est le produit des racines

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

La racine d'un quotient est le quotient des racines

**Attention:** La racine d'une somme n'est pas la somme des racines

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} \text{ si } a \text{ et } b \text{ non nuls.}$$

mais on a  $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

**EX4 SANS CALCULATRICE, simplifier si possible les écritures suivantes.**

$$1) \sqrt{3^2} =$$

$$2) (\sqrt{3})^2 =$$

$$3) \sqrt{7} \times 2\sqrt{7} =$$

$$4) \sqrt{\frac{25}{9}} =$$

$$5) (2\sqrt{3})^2 =$$

$$6) 2\sqrt{3} - \sqrt{3} =$$

**EX5 SANS CALCULATRICE, écrire sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $b$  est un entier naturel le plus petit possible.**

$$1) \sqrt{8} =$$

$$2) \sqrt{12} =$$

$$3) 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{70} =$$

$$4) \sqrt{32} + 5\sqrt{8} - \sqrt{18} =$$

**EX6 SANS CALCULATRICE, écrire sans racine carrée au dénominateur.**

$$1) \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$2) \frac{5}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{5} =$$

$$3) \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$$

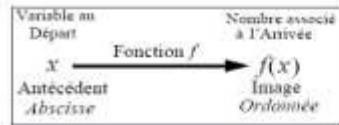
# PARTIE 2 : Généralités sur les fonctions (bases de seconde)

Une **fonction** traduit une **relation entre un nombre réel  $x$  et un unique nombre réel noté  $f(x)$  (qui dépend de  $x$ )**

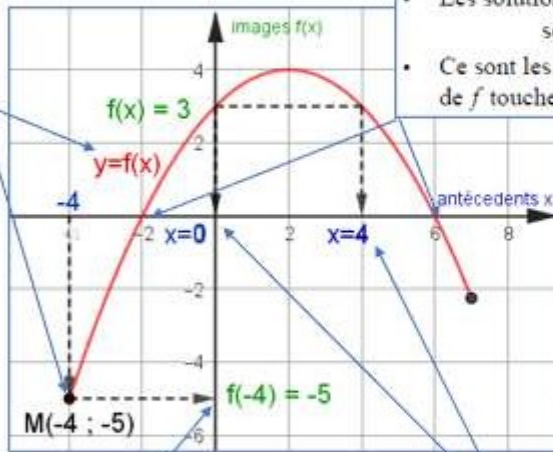
Ce lien peut se présenter sous la forme d'un **graphique, formule, tableau de valeurs, procédure de calcul** etc...

Le nombre  $x$  s'appelle la **variable** de la fonction.

Le nombre  $f(x)$  est l'**image de  $x$  par  $f$** . (Lire "f de x")



- La courbe de  $f$  est l'ensemble des points  $M(x; f(x))$
- L'équation de cette courbe est  $y = f(x)$
- Cela signifie qu'un point  $M$  est sur la courbe de  $f$  lorsque son ordonnée est l'image de son abscisse par  $f$



- Les solutions de l'équation  $f(x) = 0$  sont  $-2$  et  $6$
- Ce sont les abscisses où la courbe de  $f$  touche l'axe des abscisses

- $f(x)$  est dans cet exemple donné par la formule  $f(x) = -0,25x^2 + x + 3$
- Pour tracer la courbe on peut faire un tableau de Valeurs (avec la calculatrice) placer les points correspondants et les relier harmonieusement.

X	Y1
-4	-5
-3	-2.25
-2	0
-1	1.75
0	3
1	3.75
2	4
3	3.75
4	3
5	1.75
6	0

On a bien  $f(-4) = -0,25 \times (-4)^2 + (-4) + 3 = -5$

- $-5$  est l'image de  $-4$  par  $f$
- $-5$  est la réponse à la question:  $-4 \rightarrow f(-4) = ?$

- $4$  et  $0$  sont les antécédents de  $3$ .  
On dit aussi que:
- $4$  et  $0$  sont les solutions de l'équation  $f(x) = 3$
- $4$  et  $0$  sont les réponses à la question:  $x = ? \rightarrow f(x) = 3$

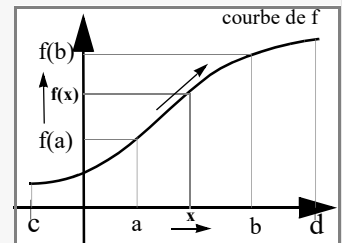
## Généralités sur les Fonctions

### Variations et extremums

**Dire qu'une fonction est croissante sur un intervalle  $[c; d]$  signifie que**

- Pour tous les réels  $a$  et  $b$  de l'intervalle  $[c; d]$  tels que  $a \leq b$  alors  $f(a) \leq f(b)$
- Quand les abscisses  $x$  augmente de  $c$  vers  $d$ , les ordonnées  $f(x)$  augmentent.

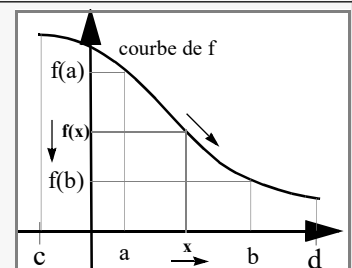
On retient qu'une fonction croissante **CONSERVE l'ordre** ⚠



**Dire qu'une fonction est décroissante sur un intervalle  $[c; d]$  signifie que**

- Pour tous les réels  $a$  et  $b$  de l'intervalle  $[c; d]$  tels que  $a \leq b$  alors  $f(a) \geq f(b)$
- Quand les abscisses  $x$  augmente de  $c$  vers  $d$ , les ordonnées  $f(x)$  diminuent.

On retient qu'une fonction décroissante **RENVERSE l'ordre** ⚠



- **Étudier les variations d'une fonction** c'est indiquer les intervalles (en abscisse) sur lesquels elle est croissante et ceux sur lesquels elle est décroissante. (On résume ces variations dans un **tableau de variations**)

- Dire qu'une fonction  $f$  admet un **maximum** en  $a$  sur un intervalle  $I$  signifie que pour tout  $x \in I$ ,  $f(x) \leq f(a)$

Dans ce cas,  $f(a)$  est le **maximum de  $f$**  sur l'intervalle  $I$

**Graphiquement:** Le **maximum de  $f$**  sur un intervalle  $I$  (s'il existe) est l'**ordonnée du point le plus haut**.

- Dire qu'une fonction  $f$  admet un **minimum** en  $a$  sur un intervalle  $I$  signifie que pour tout  $x \in I$ ,  $f(x) \geq f(a)$

Dans ce cas,  $f(a)$  est le **minimum de  $f$**  sur l'intervalle  $I$

**Graphiquement:** Le **minimum de  $f$**  sur un intervalle  $I$  (s'il existe) est l'**ordonnée du point le plus bas**.

**D'autres notions de base à maîtriser sur les fonctions seront évoqués dans chacune des parties suivantes.**

**Des exercices récapitulatifs seront proposés à ce moment.**

# PARTIE 3 : Maîtrise des bases générales sur les Egalités et Equations

## Le symbole = dans les EGALITES - Evidences à connaître

$1 \times a = a \times 1 = a$

$a = \frac{a}{1}$

$-a = -1 \times a = a \times (-1)$

$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$

### À partir d'une égalité, on obtient une égalité équivalente en

- Ajoutant ou en soustrayant une même quantité aux deux membres de l'égalité.
- Multipliant ou en divisant les deux membres de l'égalité par une même quantité.
- Remplaçant un des membres de l'égalité par un autre qui lui est toujours égal.

### Egalité d'expressions ou de fonctions

<b>Forme d'une expression</b>	Une expression algébrique peut se présenter sous différentes formes (somme, produit, quotient, carré, somme ou différence de carrés, etc...) qu'il faut savoir repérer ou rechercher pour les adapter au contexte.
<b>Mettre du sens</b>	Deux expressions $f(x)$ et $g(x)$ définies sur un même domaine $D$ sont dites égales lorsqu'elles donnent des résultats identiques pour des valeurs identiques de la variable $x$ du domaine $D$ . ( c'est à dire que ce sont deux expressions d'une même fonction ) <i>Par exemple dans l'écriture <math>x(x + 3) = x^2 + 3x</math>, le symbole " = " signifie " toujours égal ".</i>
<b>Conjecturer l'égalité de deux expressions</b>	Deux fonctions égales ayant la même représentation graphique, la calculatrice est un outil précieux pour conjecturer l'égalité de deux expressions ( l'observation ne constitue pas une preuve, mais suffit parfois dans le cadre d'un QCM où l'on doit trouver sans justifier la seule réponse correcte )
<b>Pour prouver que <math>f(x) = g(x)</math> on peut essayer de ...</b> <i>(liste non exhaustive)</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Partir de <math>f(x)</math> ( resp <math>g(x)</math> ) et par transformations successives obtenir <math>g(x)</math> ( resp <math>f(x)</math> ).</li> <li>• Prouver que les expressions <math>f(x)</math> et <math>g(x)</math> sont égales à une même troisième.</li> <li>• Prouver que <math>f(x) - g(x) = 0</math></li> <li>• Si les deux expressions sont de même signe, prouver que leurs carrés sont égaux.</li> </ul>
<b>Pour prouver que <math>f(x) \neq g(x)</math></b>	il suffit de trouver une valeur $x$ pour laquelle les deux expressions donnent des résultats différents.
<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>\Leftrightarrow</math></span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>\neq</math></span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>=</math></span>	Il est incorrect d'utiliser le symbole " $\Leftrightarrow$ (équivalent) " entre deux expressions égales

### Quelques règles de Transformations d'écritures

<b>Développements</b>	<u>Règles de base</u>	<u>Avec les Identités remarquables</u>	
	$a(b + c) = ab + ac$	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
	$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	
	<span style="color: red;">⚠</span> <b>Piège:</b> Si l'expression à développer se présente sous la forme " $f(x) - g(x)$ " l'étape 1 est: développement de $f(x) - ($ développement de $g(x))$ (parenthèses indispensables)		
<b>Factorisations</b>	<u>En repérant un facteur commun</u>	<u>Avec les Identités remarquables</u>	
	$a \times b + a \times c = a(b + c)$	$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$	Repérer une <b>différence de carrés</b> $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
		$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$	
<b>Mettre sous forme d'un quotient</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utile essentiellement lorsque la variable <math>x</math> apparaît au dénominateur dans une expression.</li> <li>• On utilise les règles rappelées plus haut sur les fractions</li> <li>• <u>Mise en situation du piège évoqué dans les développements:</u>  <math display="block">\frac{1}{2x-1} - 1 = \frac{1}{2x-1} - \frac{2x-1}{2x-1} = \frac{1-(2x-1)}{2x-1} = \frac{1-2x+1}{2x-1} = \frac{2-2x}{2x-1}</math> <i>(Ne pas oublier les parenthèses autour de <math>2x - 1</math>)</i> </li> </ul>		

### EX7 Développer et réduire les expressions suivantes. (Quand c'est possible utiliser les identités remarquables)

1) $(6 - 2x)(3 - x) =$	2) $3 + (3x - 1)(3x + 1) =$	3) $(6 - 2x) - (3 - x) =$	4) $(3x - 1)^2 =$
5) $(-3x - 1)^2 =$	6) $5 - (2x + 5)^2 =$	7) $-3(-x + 2)(2x - 7) =$	8) $-(x - 1)^2 - (x + 1)(x - 1) =$

### EX8 Factoriser au maximim les expressions suivantes.

1) $x - x^2 =$	2) $3x^2 - 12x + 6x^3 =$	3) $x - 4 + 2x(x - 4) =$ )	4) $16 - x^2 =$
5) $4x^2 + 24x + 36 =$	6) $(x - 3)^2 - (x - 3)(-x + 2) =$	7) $3x(x + 2) - 2x =$	8) $4(-x + 1)^2 - 25 =$

**EX9** Ecrire les expressions sous forme d'un quotient.

1)  $A = \frac{8}{x} - \frac{1+8x}{x^2} =$

2)  $B = \frac{-1}{x+3} - \frac{3}{x^2-9} =$

3)  $C = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{\sqrt{n}}{n} =$

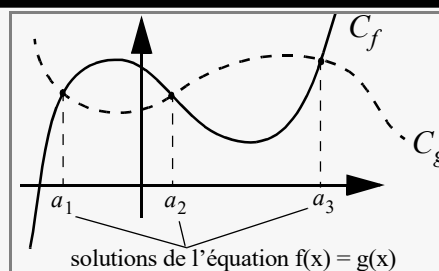
4)  $8^n - \frac{2^n}{5^{n+1}} =$

**Le symbole  $=$  dans les EQUATIONS****Mettre du sens**

- Résoudre l'équation  $f(x) = g(x)$  c'est répondre à la question suivante: " *Quelles sont les valeurs de la variable  $x$  pour lesquelles l'égalité  $f(x) = g(x)$  est vérifiée?*"
- Ici, le symbole " $=$ " traduit donc un questionnement et non pas une affirmation. Les expressions  $f(x)$  et  $g(x)$  peuvent donner des résultats identiques pour certaines valeurs de la variable  $x$ , mais pas pour toutes.
- Les valeurs de la variable  $x$  pour lesquelles l'égalité  $f(x) = g(x)$  est vérifiée s'appellent les solutions de l'équation.

**Interprétation graphique**

Graphiquement,  
les solutions de l'équation  $f(x) = g(x)$   
sont  
les abscisses des points communs aux courbes  
représentatives des fonction  $f$  et  $g$ .

**Equations équivalentes**

- Deux équations équivalentes sont des équations qui ont les mêmes solutions.
- Les étapes d'une résolution d'équation sont séparées par le symbole " $\Leftrightarrow$ " et non pas par le symbole " $=$ ".
- Règles de base pour obtenir des équations équivalentes:
  - Utiliser les règles de base sur les égalités vues plus haut
  - Règle du produit nul:  $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0$  ou  $B = 0$   
⚠ D'où l'importance de savoir factoriser
  - Règle du quotient nul  $\frac{N}{D} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} N = 0 \\ D \neq 0 \end{cases}$  ou  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow \begin{cases} A \times D = B \times C \\ B \neq 0 \text{ et } D \neq 0 \end{cases}$

**Méthodes de résolutions d'équations**Remarques:

- Equations se ramenant au premier degré ( de la forme  $ax + b = cx + d$ )  
On utilise les règles de base pour isoler l'inconnue  $x$ .
  - Pour les autres équations du type  $f(x) = g(x)$ 
    - 1 - Se ramener à la résolution de l'équation équivalente  $f(x) - g(x) = 0$ .
    - 2 - On peut alors la plupart du temps s'en sortir en suivant les consignes suivantes:
      - Si l'expression  $f(x) - g(x)$  ne comporte pas de  $x$  au dénominateur, la factoriser et appliquer la règle du produit nul.
      - Si l'expression  $f(x) - g(x)$  est du second degré (non gérable avec les outils de 2nde) on peut appliquer les règles spécifiques au second degré rappelées plus loin.
      - On peut, seulement en dernier recours, développer pour tenter de retrouver un cas connu.
      - Si l'expression  $f(x) - g(x)$  comporte des  $x$  au dénominateur, la mettre sous la forme d'un quotient et appliquer la règle du quotient nul.
- Plutôt que la règle du quotient nul, on peut utiliser l'équivalence  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow \begin{cases} A \times D = B \times C \\ B \neq 0 \text{ et } D \neq 0 \end{cases}$
- Les équations du second degré "gérables avec les outils de 2nde" sont:
    - Celles de la forme  $A(x) = 0$  où l'on sait factoriser  $A(x)$  .(ex:  $x^2 - 2x = 0$ )
    - Celles de la forme  $x^2 = a$ 
      - Si  $a > 0$ ,  $x^2 = a \Leftrightarrow x = \sqrt{a}$  ou  $x = -\sqrt{a}$
      - Si  $a = 0$ ,  $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$
      - Si  $a < 0$ , l'équation  $x^2 = a$  n'a pas de solutions.

### EX10 Résoudre les équations suivantes.

1) $-2x + 1 = 4x + 3$	2) $x^2 = 7$	3) $(2x - 3)(3x + 4) = 0$	4) $(2x - 3) - (3x + 4) = 0$
5) $2x = x^2$	6) $9 - (2x + 1)^2 = 0$	7) $1 - \frac{3}{x+1} = 0$	8) $\frac{5-2x}{3+3x} = 4$

- EX11**
- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe C et de la droite d'équations respectives :  $y = x^2 - 2x + 3$  et  $y = 3x + 3$ .
  - Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe C d'équation :  $y = 2x^2 - 7$  avec l'axe des ordonnées.
  - Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbes C d'équation :  $y = 2x^2 - 7$  avec l'axe des abscisses.

### ! À retenir: Intersection d'une courbe avec les axes du repère

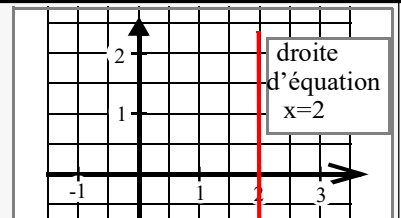
- Le point d'intersection de la courbe d'une fonction  $f$  définie en 0 avec l'axe des ordonnées est  $M(0 ; f(0))$
- Les éventuels points d'intersection de la courbe d'une fonction  $f$  avec l'axe des abscisses sont les points de la forme  $N(a ; 0)$ , où  $a$  est une solution de l'équation  $f(x) = 0$ .

## PARTIE 4 : Maîtrise des bases sur les équations réduites de droites.

### Equations réduites de droites

#### • Les droites parallèles à l'axe des ordonnées

Elles ont une équation de la forme  $x = \text{nombre constant}$   
(car évidemment les points d'une telle droite ont tous la même abscisse.)

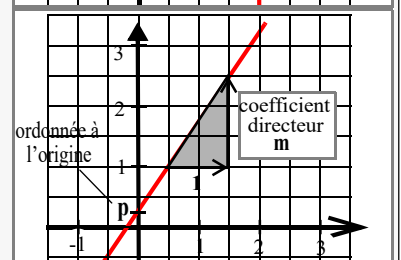


#### • Les droites non parallèles à l'axe des ordonnées:

Elles ont une équation de la forme

$$y = mx + p$$

coefficient directeur
ordonnée à l'origine

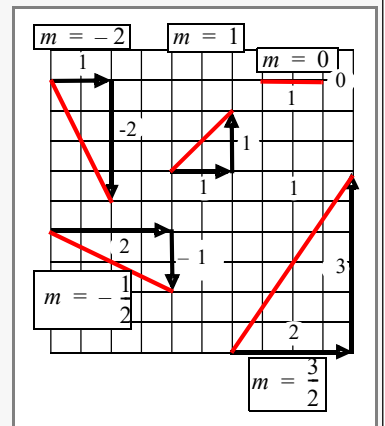


- Dans l'équation  $y = mx + p$ ,  $p$  est l'ordonnée à l'origine c'est à dire l'ordonnée du point de la droite qui a pour abscisse 0. (La droite passe par le point de coordonnées  $(0 ; p)$  car si  $x = 0$ , l'ordonnée correspondante est  $y = m \times 0 + p = p$ ).

#### • $m$ correspond à la "pente" de cette droite selon le principe suivant:

À partir d'un point de la droite

- Un déplacement de 1 unité horizontalement vers la droite ...
- Suivi d'un déplacement de  $m$  unités verticalement  $\left\{ \begin{array}{l} \text{vers le haut si } m > 0 \\ \text{vers le bas si } m < 0 \end{array} \right. \dots$
- Permet de retrouver la droite (voir exemples ci-contre)



#### • Formule de calcul du coefficient directeur d'une droite (AB)

- Si on connaît deux points  $A(x_A ; y_A)$  et  $B(x_B ; y_B)$  d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées, le coefficient directeur  $m$  est donné par:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$$

**Comment déterminer l'équation réduite d'une droite**  
(non // à (Oy))

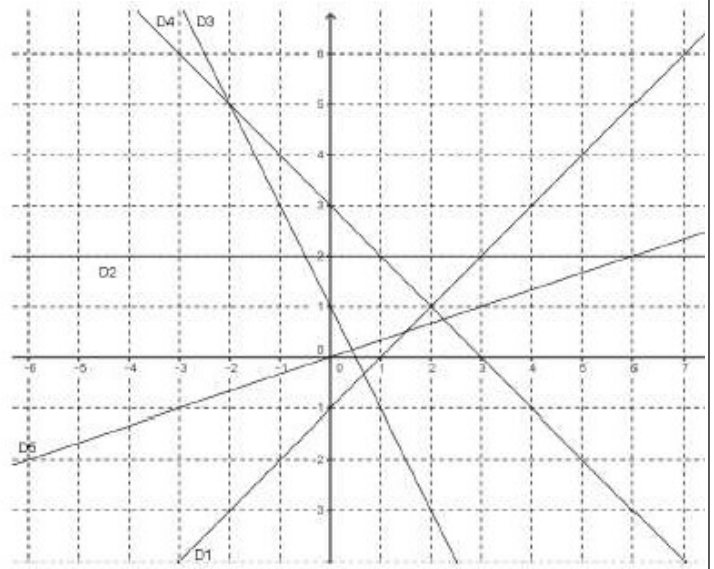
- Pour le coefficient directeur  $m$ : Soit il est donné, soit je le calcule en utilisant 2 points.
- Je traduis le fait qu'un des points connus  $D(x_D ; y_D)$  appartient à cette droite en écrivant que l'on doit avoir  $y_D = m \times x_D + p$  et j'obtiens une équation où la seule inconnue restante est  $p$ .
- Je résous cette équation pour trouver  $p$  et je conclus.

## EX12

a) Pour chacune des droites, compléter

Droite	Coefficient directeur	Ordonnée à l'origine
D1		
D2		
D3		
D4		
D5		

b) En déduire l'équation de chaque droite.



## EX13

1°) Déterminer l'équation réduite de la droite passant par  $M(-5; -14)$  et  $M(1; 4)$ .

2°) Le point  $R(10; 30)$  appartient-il à cette droite?

## PARTIE 5 : Bases sur Inégalités - Inéquations - Signes de fonctions.

### Inégalités successives

**Si  $a \leq b$  et  $b \leq c$  alors  $a \leq c$**

Une évidence: Si je suis plus jeune que mon frère, qui lui est plus jeune que ma soeur, alors évidemment je suis plus jeune que ma soeur.

### Action d'un nombre sur une inégalité

CONSERVATION DE L'ORDRE en:

- Ajoutant ou en soustrayant un même nombre aux deux membres de l'inégalité

$$a \leq b \Leftrightarrow a + c \leq b + c$$

$$a \leq b \Leftrightarrow a - c \leq b - c$$

- Multipliant ou en divisant par un même nombre **strictement positif**

$$\text{Soit } k > 0 \text{ alors } a \leq b \Leftrightarrow ka \leq kb$$

$$\text{Soit } k > 0 \text{ alors } a \leq b \Leftrightarrow \frac{a}{k} \leq \frac{b}{k}$$

CHANGEMENT DE L'ORDRE en:

- Multipliant ou en divisant par un même nombre **strictement négatif**

$$\text{Soit } k < 0 \text{ alors } a \leq b \Leftrightarrow ka \geq kb$$

$$\text{Soit } k < 0 \text{ alors } a \leq b \Leftrightarrow \frac{a}{k} \geq \frac{b}{k}$$

### Application à la résolution d'inéquations du premier degré

Exemple 1

$$3x - 1 > 4$$

$$\Leftrightarrow 3x - 1 + 1 > 4 + 1$$

ajouter 1 aux deux membres

$$\Leftrightarrow 3x > 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{3} > \frac{5}{3}$$

diviser par 3 les deux membres

$$\Leftrightarrow x > \frac{5}{3} \Leftrightarrow x \in ]\frac{5}{3}; +\infty[$$

Exemple 2:

$$4x + 8 < 0$$

$$\Leftrightarrow 4x + 8 - 8 < 0 - 8$$

soustraire 8 aux deux membres

$$\Leftrightarrow 4x < -8$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x}{4} < \frac{-8}{4}$$

diviser par 4 les deux membres

$$\Leftrightarrow x < -2 \Leftrightarrow x \in ]-\infty; -2[$$

Exemple 3

$$-2x + 3 \leq 7$$

$$\Leftrightarrow -2x + 3 - 3 \leq 7 - 3$$

soustraire 3 aux deux membres

$$\Leftrightarrow -2x \leq 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x}{-2} \geq \frac{4}{-2}$$

diviser les deux membres par -2 négatif, change le sens de l'inégalité

$$\Leftrightarrow x \geq -2 \Leftrightarrow x \in [-2; +\infty[$$

Exemple 4

$$-5x - 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow -5x - 2 + 2 > 0 + 2$$

ajouter 2 aux deux membres

$$\Leftrightarrow -5x > 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{-5x}{-5} < \frac{2}{-5}$$

diviser les deux membres par -5 négatif, change le sens de l'inégalité

$$\Leftrightarrow x < -\frac{2}{5} \Leftrightarrow x \in ]-\infty; -\frac{2}{5}[$$

### Somme d'inégalités

$$\text{Si } \begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \text{ et alors } a + c < c + d$$

Une évidence: Le montant obtenu en additionnant deux petites sommes d'argent est inférieur au montant obtenu en ajoutant deux grosses sommes d'argent. Et oui!!! ça paraît clair!!!

**ATTENTION: Résistez!**

N'inventez et donc n'utilisez pas de règles concernant la soustraction ou la multiplication ou la division d'inégalité. Cela demande une réflexion approfondie (Qu'on mènera en partie en exercices) et les pièges vous tendent les bras!

## ⚠ Très important: Signe d'un nombre

**$a$  strictement positif signifie  $a > 0$**

**$a$  strictement négatif signifie  $a < 0$**

### Règle des signes d'un produit:

$+$   $\times$   $+$  =  $+$  ;  $-$   $\times$   $-$  =  $+$  ;  $+$   $\times$   $-$  =  $-$  ;  $-$   $\times$   $+$  =  $-$

### Règle des signes d'un Quotient

$\frac{+}{+}$  =  $+$  ;  $\frac{-}{-}$  =  $+$  ;  $\frac{-}{+}$  =  $-$  ;  $\frac{+}{-}$  =  $-$

### Cas où l'on peut donner le signe d'une somme:

- La somme de deux nombre positifs est un nombre positif
- La somme de deux nombres négatifs est un nombre négatif

### Carré d'un nombre:

Le carré d'un nombre non nul est strictement positif

### MÉTHODE TRÈS IMPORTANTE:

**Comment comparer deux quantités en se ramenant à une étude de signes?**

- **Comparer deux quantités**  $A$  et  $B$  (ou deux expression  $A(x)$  et  $B(x)$ ) c'est se demander si on a (ou "quand" on a..)  $A > B$ ,  $A < B$  ou  $A = B$ .

#### • Méthode 1:

**On étudie le signe de la différence  $A - B$**  et on conclue grâce aux équivalences:

$$A > B \Leftrightarrow A - B > 0 \text{ et } A < B \Leftrightarrow A - B < 0$$

- **Méthode 2: Valable seulement si  $A$  et  $B$  sont positifs.**

- **On compare leur quotient  $\frac{A}{B}$  avec 1** et on utilise les

$$\text{équivalences } \frac{A}{B} < 1 \Leftrightarrow A < B \text{ et } \frac{A}{B} > 1 \Leftrightarrow A > B$$

(obtenues en multipliant par  $B$  positif les deux membres de la première inégalité)

- **On peut aussi comparer leurs carrés**

(car si on sait que  $A$  et  $B$  sont positifs, on a

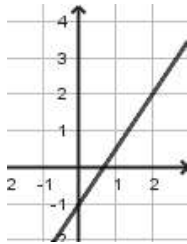
$$A \leq B \Leftrightarrow A^2 \leq B^2)$$

## Ordre induit par les variations des fonctions usuelles

**Rappel:** Une fonction croissante conserve l'ordre - Une fonction décroissante renverse l'ordre

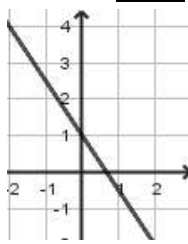
**Fonctions affines**  $f(x) = mx + p$  avec  $m \neq 0$  définies sur  $\mathbb{R}$

**Cas n°1:  $m > 0$**



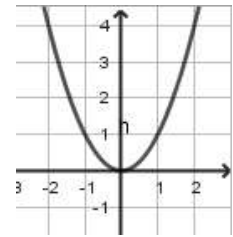
Si  $a \leq b$  alors  $ma + p \leq mb + p$

**Cas n°2:  $m < 0$**



Si  $a \leq b$  alors  $ma + p \geq mb + p$

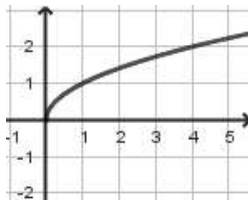
**Fonction Carrée**  $f(x) = x^2$  sur  $\mathbb{R}$



Si  $0 \leq a \leq b$  alors  $a^2 \leq b^2$

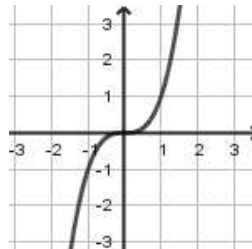
Si  $a \leq b \leq 0$  alors  $a^2 \geq b^2$

**Racine carrée**  $f(x) = \sqrt{x}$  sur  $[0; +\infty[$



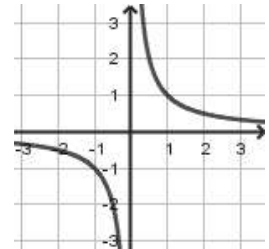
Si  $0 \leq a \leq b$  alors  $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

**Fonction Cube**  $f(x) = x^3$  sur  $\mathbb{R}$



Si  $a \leq b$  alors  $a^3 \leq b^3$

**Fonction Inverse**  $f(x) = \frac{1}{x}$  pour  $x \neq 0$



Si  $0 < a \leq b$  alors  $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

Si  $a \leq b < 0$  alors  $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

## EX14 Manipulations d'inégalités

**Remarque:** Les idées mises en oeuvre dans les ex 14 et 15 ici seront souvent utilisées en terminale. ⚠

1°) Soient deux nombres réels  $x$  et  $y$  tels que  $0 \leq x \leq y \leq 4$ . Prouver que  $0 \leq \frac{1}{2}x + 2 \leq \frac{1}{2}y + 2 \leq 4$ .

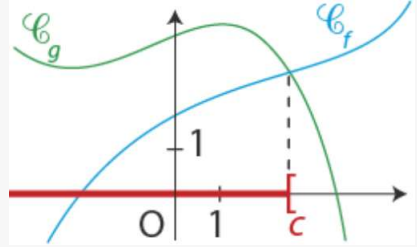
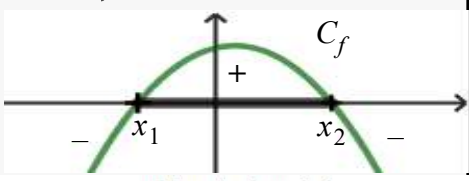
2°)  $a$  et  $b$  sont deux nombres tels que:  $2 \leq a \leq 5$  et  $-3 \leq b \leq 4$ . Déterminer un encadrement de  $a - b$

**EX15 Applications: En utilisant des règles sur les inégalités, encadrer  $f(x)$  dans les deux cas suivants**

1°)  $3 < x < 5$  et  $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$

2°)  $0 \leq x \leq 3$  et  $f(x) = \left(1 - \frac{4}{\sqrt{x+1}}\right)^2$

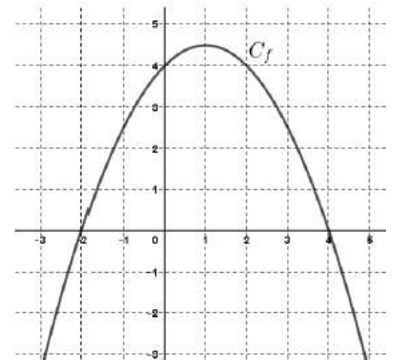
**INEQUATIONS et ETUDES de SIGNES**

<p><b>Mettre du sens: Inéquations</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Résoudre l'équation <math>f(x) &lt; g(x)</math> c'est répondre à la question suivante: "Quelles sont les valeurs de la variable <math>x</math> pour lesquelles l'inégalité <math>f(x) &lt; g(x)</math> est vérifiée?"</li> </ul>											
<p><b>Interprétation graphique</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Les solutions de l'inéquation <math>f(x) &lt; g(x)</math> sont les abscisses des points où la courbe de <math>f</math> est située <u>en dessous</u> de la courbe de <math>g</math>.</li> <li>Les solutions de l'inéquation <math>f(x) &gt; g(x)</math> sont les abscisses des points où la courbe de <math>f</math> est située <u>au dessus</u> de la courbe de <math>g</math>.</li> <li>On remarque que la résolution de l'inéquation <math>f(x) &lt; k</math> correspond au cas particulier de la résolution de l'inéquation <math>f(x) &lt; g(x)</math> lorsque <math>g</math> est une fonction constante. (<math>g(x) = k, k</math> nombre réel constant)</li> </ul>  <p>Sur cette figure l'ensemble des solutions de l'inéquation <math>f(x) &lt; g(x)</math> est l'intervalle <math>]-\infty ; c[</math></p>											
<p><b>Mettre du sens: Etude de signe</b></p> <p><b>Interprétation graphique</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Etudier le signe d'une fonction, c'est trouver les abscisses <math>x</math> pour lesquelles les ordonnées <math>f(x)</math> sont positives <math>\boxed{+}</math> et celles pour lesquelles elles sont négatives <math>\boxed{-}</math>.</li> <li>Cela revient à: résoudre les inéquations <math>f(x) &gt; 0</math> et <math>f(x) &lt; 0</math></li> <li><b>Graphiquement:</b> Les solutions de l'inéquation <math>f(x) &gt; 0</math> sont les <u>abscisses des points</u> de la courbe de <math>f</math> qui sont <u>au dessus de l'axe des abscisses</u>. Les solutions de l'inéquation <math>f(x) &lt; 0</math> sont les <u>abscisses des points</u> de la courbe de <math>f</math> qui sont <u>en dessous de l'axe des abscisses</u>.</li> <li>On résume l'étude de signe dans un <u>tableau de signes</u>.</li> </ul> <p>Soit <math>f</math> une fonction définie sur <math>\mathbb{R}</math></p>  <p>Tableau de signe de <math>f</math></p> <table border="1" data-bbox="1061 996 1532 1142"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>x_1</math></td> <td><math>x_2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>Signe de <math>f(x)</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> </tr> </table> <p>- <math>f(x) \geq 0</math> lorsque <math>x \in [x_1 ; x_2]</math> - <math>f(x) &lt; 0</math> lorsque <math>x \in ]-\infty ; x_1 [ \cup ]x_2 ; +\infty [</math></p>	$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	Signe de $f(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$								
Signe de $f(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$							

**EX16**

On donne ci-contre la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur  $[-3; 5]$ . Répondre aux questions suivantes en utilisant ce graphique.

- Donner la valeur de  $f(0)$ .
- Donner l'image de 2 par  $f$ .
- Quels sont les antécédents de 2 par  $f$  ?
- Quelles sont les solutions de l'équation  $f(x) = 0$  ?
- Quelles sont les solutions de l'inéquation  $f(x) \leq 4$  ?
- Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- Donner le maximum de  $f$ .
- Dresser le tableau de signe de  $f$ .



**EX17**

On considère le tableau de variations d'une fonction  $g$  définie sur  $[-10 ; 12]$ .

- Donner 3 exemples de nombres dont les images par  $g$  sont positives.
- On sait de plus que  $f(-6) = f(1) = 0$ . Dresser alors le tableau de signes de  $f$ .

$x$	-10	-6	-2	5	12
Variations de $g$	6			3	
			-4		1

# Se constituer une "boîte à outils" pour étudier le signe d'une fonction

## Pourquoi?

### Exemples de situations où l'étude d'un signe peut s'avérer indispensable

- Pour étudier les variations d'une fonction on étudie le signe de sa dérivée
- Pour étudier les position des courbes de deux fonctions  $f$  et  $g$  l'une par rapport à l'autre, on peut étudier le signe de leur différence  $f(x) - g(x)$
- Pour étudier le sens de variation d'une suite  $(u_n)$ , en première intention, on peut essayer d'étudier le signe de  $u_{n+1} - u_n$
- Plus généralement, la résolution de beaucoup d'inéquation du type  $f(x) \geq g(x)$  est associée à l'équivalence  $f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) \geq 0$  qui ramène le problème à l'étude d'un signe.
- etc ... (d'autres situations sont à venir)

## Méthodes pour étudier le signe d'une fonction affine

### methode 1 - À l'aide du graphique

Une fonction affine  $f(x) = mx + p$  est représentée par une droite.

- 1 - Je précise si  $f$  est croissante ou décroissante en repérant le signe du coefficient directeur  $m$ .
- 2 - Je trouve l'abscisse où la droite coupe l'axe des abscisses. en résolvant l'équation  $f(x) = 0$ , c'est à dire  $mx + p = 0$ .
- 3- Je résume mes résultats dans un tableau de signes

### methode 2 - En résolvant une inéquation

- 1 - Je résous l'inéquation  $f(x) \geq 0$
- 2 - J'exploite le fait que partout où  $f(x)$  n'est pas positive alors  $f(x)$  est évidemment négative.
- 3- Je résume mes résultats dans un tableau de signes

## Méthode pour étudier le signe d'un produit ou d'un quotients fonction affine

### Savoir étudier le signe d'un produit de fonctions affines:

On a  $f(x)=(ax+b)(cx+d)$  produit de fonctions affines

1. On étudie séparément le signe des deux fonctions affines  
 $x \rightarrow ax+b$  et  $x \rightarrow cx+d$
2. On rassemble les résultats dans un seul tableau en appliquant la règle des signes d'un produit pour remplir la dernière ligne

$x$	$-x$	...	...	$+x$
signe de $ax + b$				
signe de $cx + d$				
signe du produit $(ax + b)(cx + d)$				

3. On conclue en donnant les ensembles de solutions des inéquations  $f(x)>0$  et  $f(x)<0$

### Savoir étudier le signe d'un quotient de fonctions affines:

On a un quotient de fonctions affines  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

La règle des signes étant la même pour un produit et un quotient on applique la même stratégie que pour l'étude du signe du produit  $(ax+b)(cx+d)$ , la seule différence étant ...

**Un quotient n'est pas calculable lorsque le dénominateur s'annule.** Ainsi la valeur qui annule  $cx+d$  est une valeur interdite et on indique cela dans la ligne du signe du quotient par un double barre à la verticale de cette valeur. ||

## Autres outils à ajouter dans notre boîte (Certains qu'on (re)découvrira en cours de Terminale)

- 1 - Méthode générale d'étude du signe des polynômes du second degré ( voir plus loin le résumé complet sur le second degré)
- 2 - Méthodes d'étude de signe associées à la fonction exponentielle (À venir)
- 3 - Méthodes d'étude de signe associées à la fonction Logarithme népérien. (À venir)
- 4 - Méthodes d'étude de signe associées aux fonctions trigonométriques. (À venir)

## Quelques réflexes à acquérir

- 1 - Dans un premier temps, pour étudier le signe d'une expression
  - Décrire mentalement avec précision la forme dans laquelle elle se présente ( Somme de ..., produit de ..., quotient de ..., expression du second degré etc...)
  - Repérer alors si l'on est dans une situation connue, ou la transformer si besoin, puis mettre en oeuvre nos méthodes.
- 2 - Si l'on ne peut pas appliquer directement nos méthodes, on a très souvent intérêt pour étudier le signe d'une expression complexe à essayer de la factoriser où à la mettre sous forme d'un quotient selon la situation.
- 3- Dans quelques cas particuliers, la connaissance des variations d'une fonction peut nous aider (si l'on connaît en plus les solutions de l'équation  $f(x) = 0$  par exemple (Voir ex17)).
- 4 - D'autres situations sont aussi à repérer (si l'on prouve que  $f$  a un minimum positif ou un un maximum négatif par exemple), certaines qui apparaîtront durant la terminale (associées par exemple à la convexité des fonction, à la notion d'intégrale, etc ...)

## Méthodes de résolutions d'inéquations



- Inéquations se ramenant au premier degré ( de la forme  $ax + b \leq cx + d$  )  
On utilise les règles de base rappelées sur les inégalités pour isoler l'inconnue  $x$ .
- Pour les autres équations du type  $f(x) \leq g(x)$  ou  $f(x) > g(x)$   
Il conviendra dans la plupart des cas de se ramener à l'étude du signe de  $f(x) - g(x)$  en utilisant les équivalence déjà rappelées:  $f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) \leq 0$  et  $f(x) > g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) > 0$

## Remarque

- On rencontrera durant l'année de terminales d'autres situations spécifiques faisant notamment intervenir les fonction exponentielles, logarithme népérien et trigonométriques

**EX18** Etudier le signe des fonctions suivantes sur leur domaine de définition.

1) $f(x) = -2x + 3$	2) $f(x) = x$	3) $f(x) = (-x + 1)(2x + 5)$
4) $f(x) = -2x^2 - 25$	5) $f(x) = \frac{-1}{(3x + 1)^2}$	6) $f(x) = x - \frac{1}{x}$

**EX19** Résoudre les inéquations suivantes.

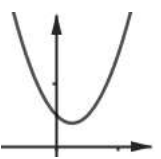
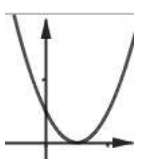
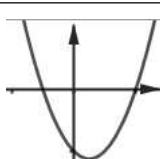


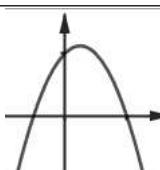
1) $-2x + 3 > 4x - 2$	2) $x^2 \leq x^3$	3) $x < \frac{1}{x}$
-----------------------	-------------------	----------------------

**PARTIE 6 : Second degré.**

<b>Polynôme du second degré</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>C'est une fonction de la forme <math>p(x) = ax^2 + bx + c</math> avec <math>a, b</math> et <math>c</math> réels et <math>a \neq 0</math></li> <li>Le discriminant du polynôme du second degré <math>p(x) = ax^2 + bx + c</math> est <math>\Delta = b^2 - 4ac</math></li> </ul>
---------------------------------	---

**Racines - Factorisation - Signe d'un polynôme du second degré**

	Si $\Delta < 0$	Si $\Delta = 0$	Si $\Delta > 0$
<b>Solutions de l'équation</b> $ax^2 + bx + c = 0$	aucune dans $\mathbb{R}$	une seule $\alpha = -\frac{b}{2a}$	deux : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
<b>Factorisation</b>	pas de factorisation en produit de fonctions affines	$a(x - \alpha)^2$	$a(x - x_1)(x - x_2)$

<b>Signe</b>																														
$ax^2 + bx + c$ est du signe de $a$ partout sauf entre les racines donc ...																														
	pour tout $x$	pour tout $x \neq \alpha$	partout sauf entre les racines																											
<b>Si <math>a &gt; 0</math></b>	<table border="1"> <tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr><td><math>f(x)</math></td><td></td><td>+</td><td></td></tr> </table> 	$x$	$-\infty$		$+\infty$	$f(x)$		+		<table border="1"> <tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\alpha</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr><td><math>f(x)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr> </table> 	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$	$f(x)$	+	0	+	<table border="1"> <tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>x_1</math></td><td><math>x_2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr><td><math>f(x)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> </table> 	$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	$f(x)$	+	0	-	0	+
	$x$	$-\infty$		$+\infty$																										
$f(x)$		+																												
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$																											
$f(x)$	+	0	+																											
$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$																										
$f(x)$	+	0	-	0	+																									
<b>Si <math>a &lt; 0</math></b>	<table border="1"> <tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr><td><math>f(x)</math></td><td></td><td>-</td><td></td></tr> </table> 	$x$	$-\infty$		$+\infty$	$f(x)$		-		<table border="1"> <tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\alpha</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr><td><math>f(x)</math></td><td>-</td><td>0</td><td>-</td></tr> </table> 	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$	$f(x)$	-	0	-	<table border="1"> <tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>x_2</math></td><td><math>x_1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr><td><math>f(x)</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> </table> 	$x$	$-\infty$	$x_2$	$x_1$	$+\infty$	$f(x)$	-	0	+	0	-
$x$	$-\infty$		$+\infty$																											
$f(x)$		-																												
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$																											
$f(x)$	-	0	-																											
$x$	$-\infty$	$x_2$	$x_1$	$+\infty$																										
$f(x)$	-	0	+	0	-																									

**EX20** Résoudre les équations suivantes

1) $2x^2 - x - 3 = 0$	2) $3x^2 + 2 = 0$	3) $-9x^2 + 6x = 1$	4) $4x + 2 = -3x^2$
-----------------------	-------------------	---------------------	---------------------

**EX21** Résoudre les inéquations suivantes

1) $-x^2 + x - 2 > 0$	2) $9x^2 < 6x - 1$	3) $\frac{2}{2x + 1} \geq x + 1$
-----------------------	--------------------	----------------------------------

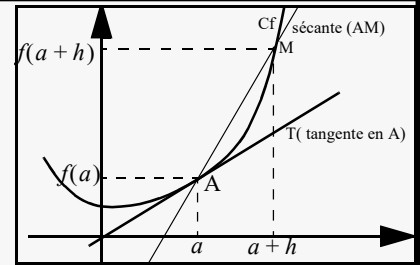
# PARTIE 7 : Bases sur la dérivé d'une fonction en un point.

## Dérivée d'une fonction et tangente en un point

### Point de vue graphique.

Lorsque  $h$  se rapproche de 0 alors :

- Le point  $M$  se rapproche du point  $A$
- La sécante  $(AM)$  se rapproche d'une position limite appelée tangente au point d'abscisse  $a$
- Le coefficient directeur de  $(AM)$ ,  $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$  se rapproche du coeff directeur de la tangente  $f'(a)$ .



### Définition du nombre dérivé de $f$ en $a$ .

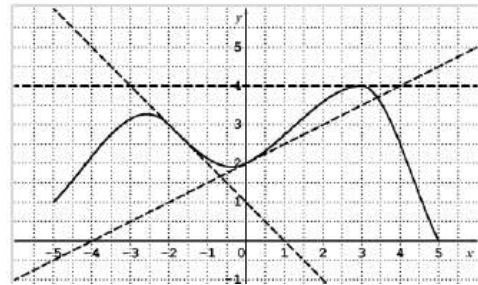
- $f$  dérivable en  $a \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = l$  où  $l \in \mathbb{R}$
- $f'(a) = l$  est le nombre dérivé de la fonction  $f$  en  $a$

- Le coefficient directeur de la tangente en  $a$  est  $f'(a)$ .
- Si  $f'(a) = 0$  alors  $C_f$  admet une **tangente horizontale** au point d'abscisse  $a$ .
- L'équation de la tangente en  $a$  qui passe donc par le point  $A(a ; f(a))$  est :  $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

## E20 Lectures graphiques

- 1°) On a tracé ans un repère orthonormé la courbe représentative d'une fonction  $f$  dérivable sur  $[-5 ; 5]$  ainsi que certaines de ses tangentes (en pointillés sur la figure). Compléter le tableau suivant :

$x$	-2	0	3
$f(x)$			
$f'(x)$			



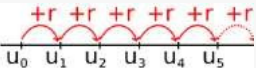

2° En déduire les équations des tangentes à la courbe de  $f$  aux points d'abscisses -2, 0 et 3

# PARTIE 8 : Les premières bases sur les suites numériques.

## Savoir calculer quelques termes d'une suite dans les cas suivants

<p><b>Suite explicite:</b> (forme <math>u_n = f(n)</math>) Chaque terme est l'image de son indice par une fonction <math>f</math>.</p>	<p><b>Suite récurrente</b> (forme <math>u_{n+1} = f(u_n)</math>) Chaque terme est l'image du précédent par une fonction <math>f</math>. (le 1er terme est donné).</p>	<p><b>Mélange de procédés</b> Chaque terme s'obtient en fonction du précédent et de l'indice. (le 1er est donné)</p>
--	---	--

### Définitions - suites arithmétiques et géométriques

<p><b>Suite arithmétique:</b> </p> <p>- C'est une suite dont chaque terme se calcule en ajoutant au précédent une valeur fixe <math>r</math> nommée raison.</p> <p>- Elle peut être définie par récurrence par la donnée du terme initial et de la relation <math>u_{n+1} = u_n + r</math></p>	<p><b>Suite géométrique</b> </p> <p>- C'est une suite dont chaque terme se calcule en multipliant le terme précédent par une quantité constante <math>q</math> nommée raison.</p> <p>- Elle est définie par récurrence par la donnée du terme initial et de la relation <math>u_{n+1} = q \times u_n</math></p>
---	--

## EX21 Calculs de termes d'une suite.

Dans chaque cas, calculer  $u_1$  et  $u_2$  :

- 1) La suite  $(u_n)$  est définie par  $u_0 = \frac{2}{3}$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 3u_n - 2$ .
- 2) La suite  $(u_n)$  est définie par  $u_0 = 1$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \frac{1+u_n}{2u_n+4}$ .
- 3) La suite  $(u_n)$  est définie par  $u_0 = -1$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = -u_n + n$ .
- 4) La suite  $(u_n)$  est arithmétique de raison  $r = -\frac{4}{3}$  et de premier terme  $u_0 = 2$ .
- 5) La suite  $(u_n)$  est géométrique de raison  $q = -\frac{4}{3}$  et de premier terme  $u_0 = 2$ .

## EX22 Dans chaque cas, étudier le sens de variation de la suite $u_n$

(On pourra étudier le signe de  $u_{n+1} - u_n$ )

- |                                       |                            |  |
|---------------------------------------|----------------------------|--|
| 1) $u_n = -3n - 4$                    | 4) $t_n = 2 \times 3^n$    |  |
| 2) $v_n = \left(\frac{3}{5}\right)^n$ | 5) $z_n = 3n^2 + 2n - 1$   |  |
| 3) $w_n = \frac{2n+1}{3+2n}$          | 6) $a_n = 1 - \frac{2}{n}$ |  |