

Chapitre VI : FONCTIONS(1)

I) Découverte :

Exercice: $f(x) = 2x + 1$

a) $f(5) = 2 \times 5 + 1 = 11$

L'image de 5 par f est 11.

L'antécédent de 11 par f est 5.

b) $f(-3) = 2 \times (-3) + 1 = -5$

L'image de -3 par f est -5

d'antécédent de (-5) par f est (-3)

Activité : 1 page

1. Fonction et expression algébrique

125 Jérôme, moniteur d'un groupe de cinq enfants, veut leur aménager au bord d'un lac une zone de baignade rectangulaire. Il dispose pour cela de 21 m de corde sur laquelle sont réparties des petites bouées.

Il a placé un premier piquet en A. Il hésite maintenant sur l'emplacement du piquet B. En effet, il se demande si l'aire de la zone de baignade est toujours la même quelle que soit la distance AB.



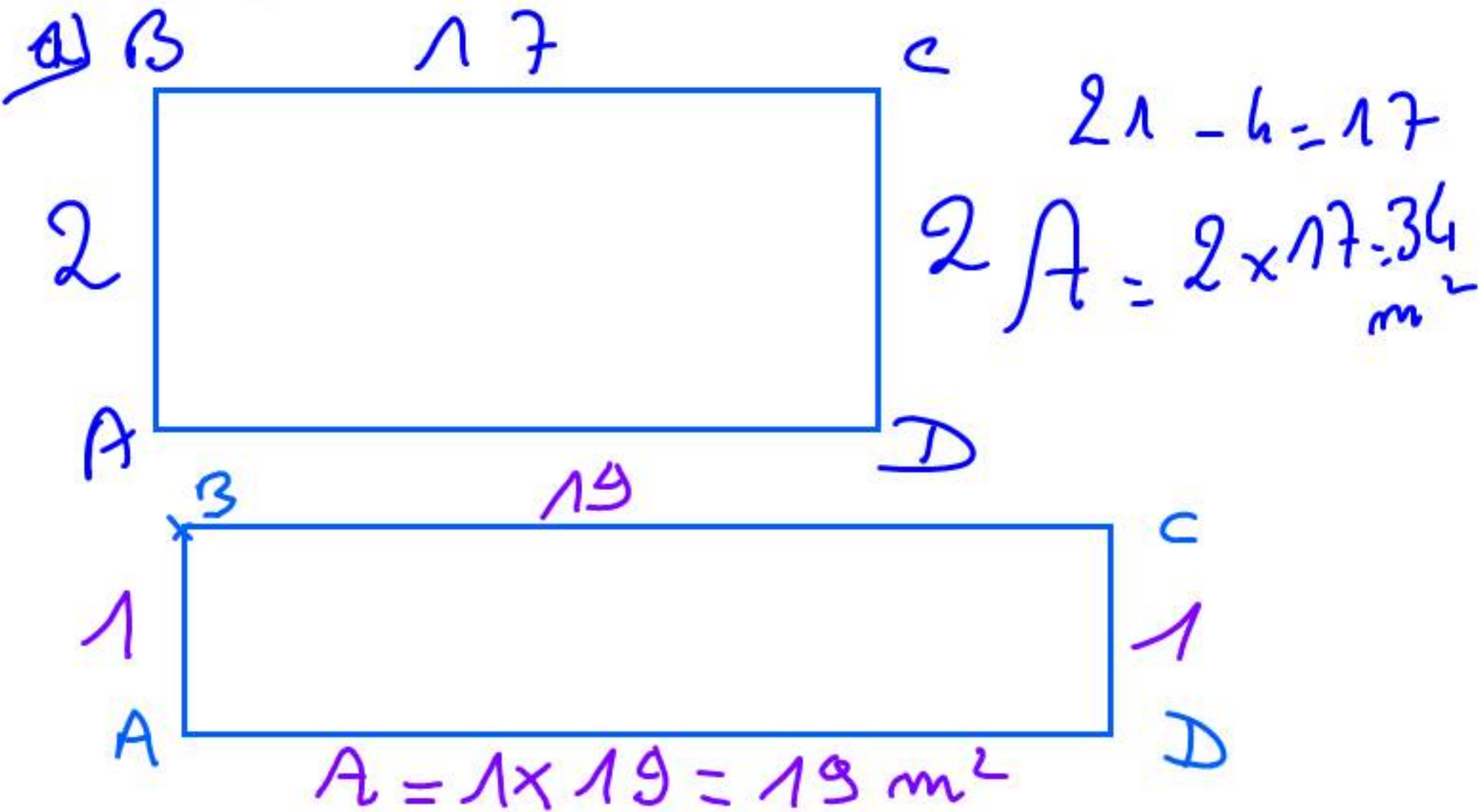
a) (1) L'aire de la zone de baignade est-elle toujours la même quelle que soit la distance AB ? Faire un pronostic.

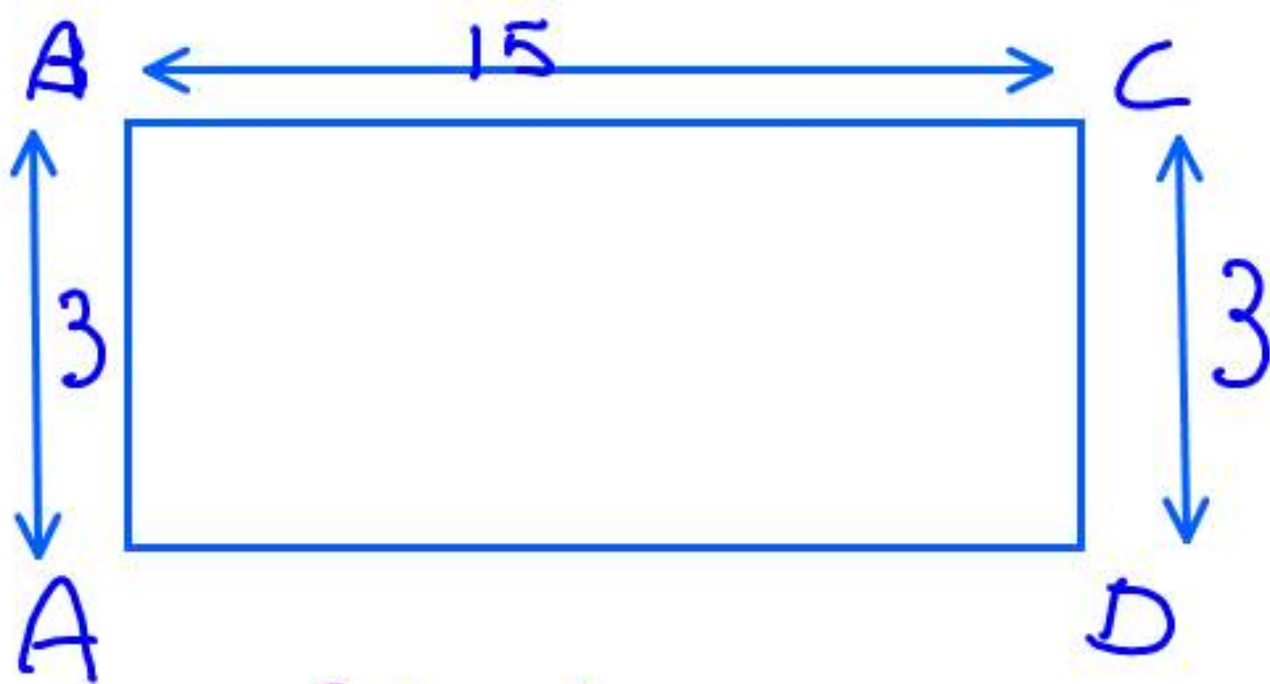
(2) Vérifier le pronostic en calculant l'aire pour $AB = 2$ m, puis pour $AB = 3$ m.

b) Jérôme veut que les enfants aient le plus de place possible pour se baigner. Pour cela, il pose $AB = x$ (en m) et il écrit l'aire de la zone de baignade en fonction de x (x positif).

(1) Écrire cette formule.

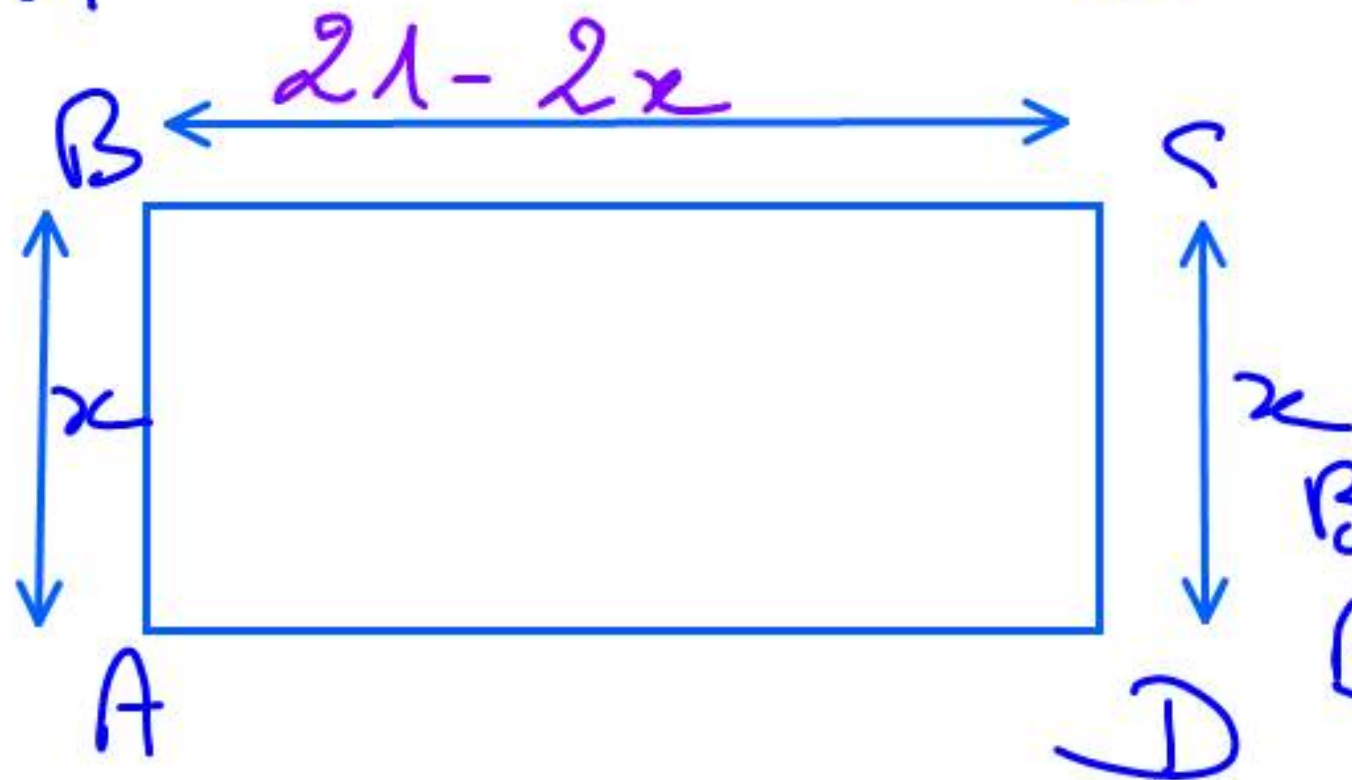
(2) Contrôler si cette formule donne bien l'aire de la zone de baignade quand x vaut 2 m puis quand x vaut 3 m.





$$BC = 21 - 6 = 15$$

$$A = BA \times BC = 3 \times 15 = 45 \text{ m}^2$$



$$BC = 21 - 2x$$

$$BA = x$$

$$A = BA \times BC = x(21 - 2x)$$
$$= 21x - 2x^2$$

(1) Si $x = 2$ alors:

$$A = 21 \times 2 - 2 \times 2^2 = 42 - 8 = 34.$$

. Si $x = 3$ alors:

$$A = 21 \times 3 - 2 \times 3^2 = 63 - 18 = 45$$

Activité : 2 page

125

2. Vocabulaire : image et antécédent

► Exercices 14 à 20 p. 134

En utilisant les notations et le vocabulaire de la Connaissance 1 a) p. 129, on désigne par f la fonction qui à x associe l'aire de la zone de baignade de l'activité 1.

a) En utilisant le travail fait dans cette activité, compléter :

(1) $f : x \rightarrow \dots$

(2) $f(x) = \dots$

(3) $f(2) = \dots$

(4) $f(3) = \dots$

b) (1) Calculer $f(6)$.

(2) Déterminer l'antécédent de 45 par f .

(3) Calculer l'image de 7 par f .

a) (1) $f : x \rightarrow 21x - 2x^2$

(2) $f(x) = 21x - 2x^2$

(3) $f(2) = 34$ [$f : 2 \rightarrow 34$]

• L'image de 2 par f est 34
• L'antécédent par f de 34 est 2

$$(4) f(3) = 45 \quad [f : 3 \rightarrow 45]$$

Par f , l'image de 3 est 45, et
l'antécédent de 45 est 3.

$$(6) \textcircled{1} f(6) = 21 \times 6 - 2 \times 6^2 = 126 - 72 = 54$$

$$f : 6 \rightarrow 54$$

$$\textcircled{2} f(3) = 45$$

3 est l'antécédent de 45 par f .

$$\textcircled{3} f(7) = 21 \times 7 - 2 \times 7^2 = 49$$

L'image de 7 par f est 49.

II) Utilisations :

Activité : 3 page

3. Fonction et tableau de nombres

► Exercices 21 à 24 p. 134

Pour déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire est maximale, Jérôme a utilisé un tableur-grapheur. Il place sur la première ligne des valeurs de x et sur la deuxième les valeurs correspondantes de l'aire. Une valeur est effacée.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$f(x)$	19	34	45	52	55	54	49	40	27	10	

a) Utiliser les valeurs indiquées par le tableur pour compléter :

(1) $f(4) = 52$ (2) $f(5) = 55$.

(3) L'image de 6 est 54 (4) L'antécédent de 49 est 7

b) Calculer la valeur de l'aire pour $x = 8$. $f(8) = 40$. L'image de 8 est 40.

c) Quelle est la valeur maximum de l'aire lue dans le tableau ?

Pour quelle valeur de x est-elle trouvée ? Est-on sûr que c'est la plus grande valeur possible de l'aire, quelle que soit la valeur de x ? Non !

$$\textcircled{b} f(8) = 2 \times 8 - 2 \times 8^2 = 60$$

\textcircled{c} L'aire semble maximale avec $x = 5$
qui donne 55

$$f(5, 2) = 55, 12$$

Le Tableau ne suffit pas !! —

Activité : 4 page

\textcircled{a} 1 \rightarrow 19
126 2 \rightarrow 34

A(1; 19)

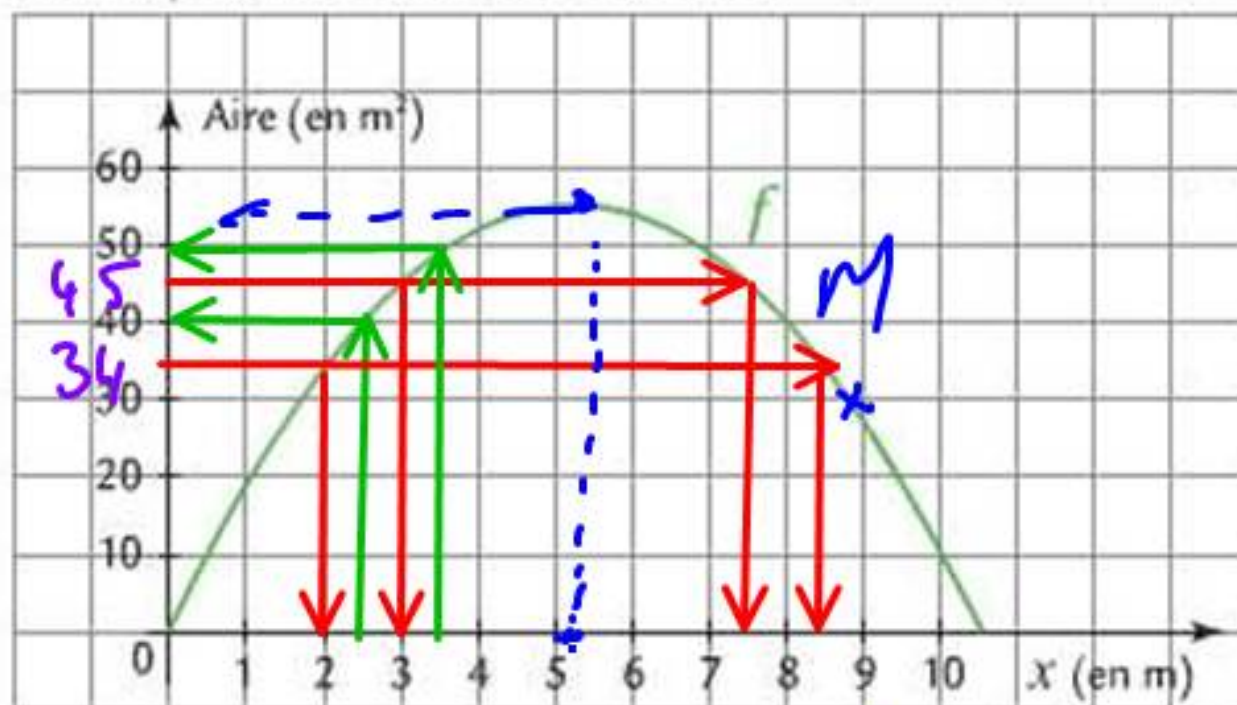
B(2; 34)

M(x; f(x)) C(3; 45)

4. Fonction et représentation graphique

► Exercices 25 à 28 p. 135

Jérôme a fait afficher, à l'aide du tableur, la courbe représentant la fonction f qui à x (en m) fait correspondre l'aire de l'enclos.



a) Quel lien y a-t-il entre cette courbe et le tableau de nombres de l'activité 3 ? $M(x; f(x)) \in \mathbb{R}^2$

b) Lire sur le graphique et compléter : (1) $f(2,5) = 40$ (2) $f(8,5) = 34$

c) Lire sur le graphique l'image de 3,3 puis le(s) antécédent(s) de 45.

d) Lire sur le graphique quelle semble être la valeur maximum de l'aire. Est-on sûr que c'est le maximum quelle que soit la valeur de x ?

$$\cdot f(3, 3) = 50$$

$$\cdot f(3) = 45$$

$$f(7, 5) = 45$$

On dirait 55 et attention
problème de précision du graphique

Activité : 5 page 126

5. Expression algébrique, tableau, formule

► Exercices 29 à 33 p. 135

Soit la fonction g qui à la longueur x (en cm) du côté d'un carré associe son aire.

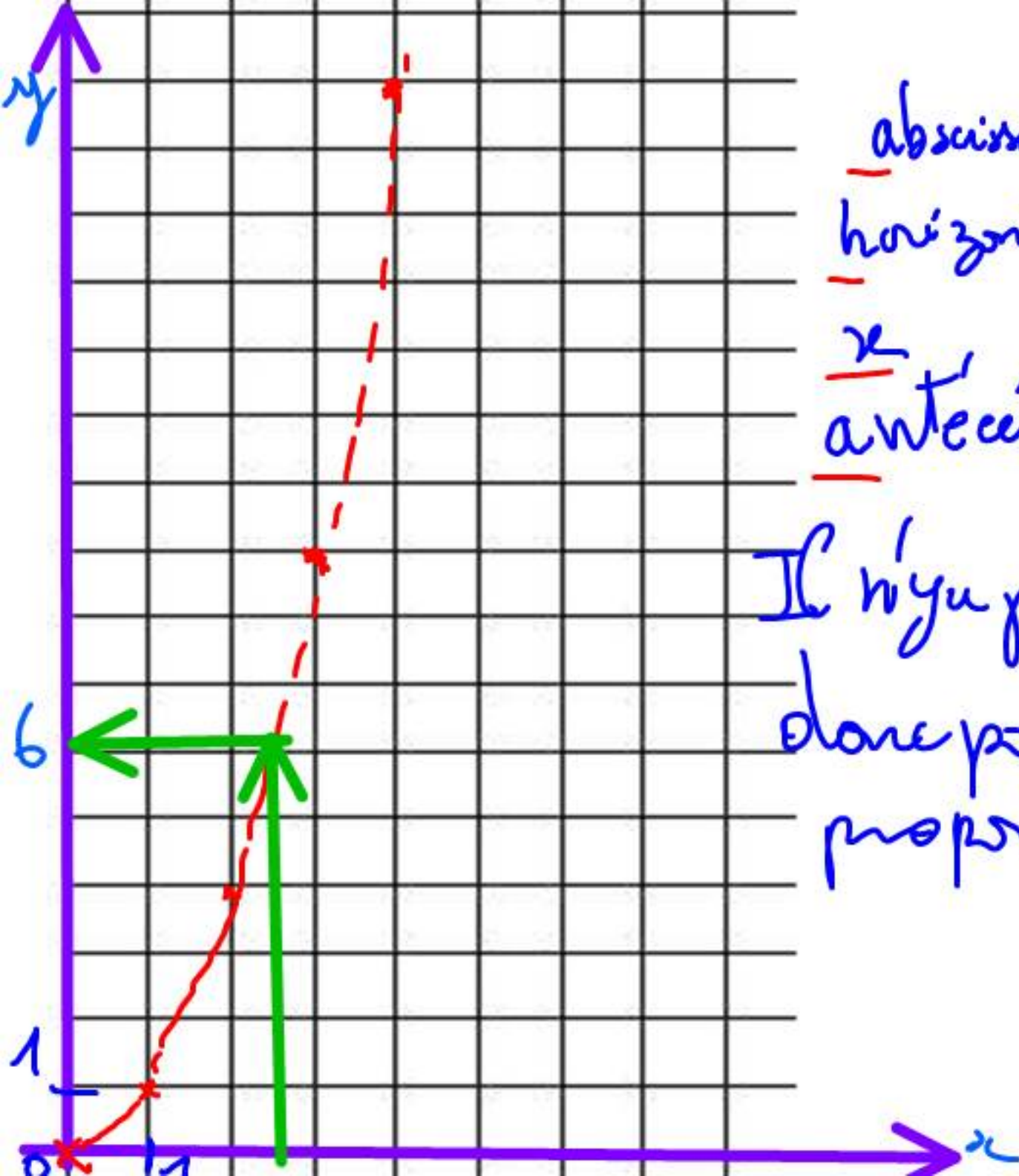
- a) Compléter : $g : x \rightarrow x^2$ ou $g(x) = x^2$
- b) Compléter le tableau.

x	0	1	2	3	4
$g(x)$	0	1	4	9	16

- c) Dans un repère, représenter la fonction g .
- d) Lire sur le graphique quelle semble être la valeur de l'aire quand le côté du carré vaut 2,5 cm. Graphiquement $(2,5; 7)$
- e) Calculer l'aire pour $x = 2,5$ cm. $g(2,5) = 6,25$

Retrouve-t-on les résultats de la question d) ?

"A peu près" précision du graphique!



<u>abscisse</u>	<u>ordonnée</u>
<u>horizontale</u>	<u>verticale</u>
<u>x</u>	<u>y</u>
<u>antécédent</u>	<u>Image</u>

Il n'y a pas d'alignement
donc pas de
proportionnalité.

3 Objectif : construire la courbe représentative d'une fonction de deux façons, à l'aide du logiciel GeoGebra et de son tableur.

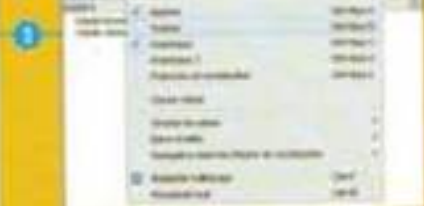
On considère la fonction f définie par $f(x) = 0,5x^2 - 0,7x - 4,2$.

➤ Voir « Utiliser un logiciel de géométrie », p. 318-319.

Recherchez sur
www.3d.com/geo/geo.htm
le logiciel 3D

1 Construire point par point avec un curseur

1. Ouvrir GeoGebra et sélectionner « Tableur » dans le menu « Affichage » du logiciel.



2. a. Sélectionner l'outil « Curseur »  et cliquer sur la feuille.

b. Compléter la fenêtre de façon à créer un curseur nommé a , allant de -7 à 7 , avec un pas de $0,001$. (Le curseur va ainsi prendre toutes les valeurs comprises entre -7 et 7 , de millième en millième). Cliquer sur « Appliquer ».



3. a. Dans la cellule A1 du tableur, taper « a », puis appuyer sur « Entrée ». Qu'affiche alors le logiciel ? À quoi correspond cette valeur ?

b. Dans la cellule A2 du tableur, taper « $0,5*a^2 - 0,7*a - 4,2$ », puis appuyer sur « Entrée ». Qu'affiche alors le logiciel ? Pourquoi ?

c. Sélectionner les cellules A1 et A2. Faire un clic droit de la souris et sélectionner « Créer », puis « Liste de points ». Un point A est alors créé.

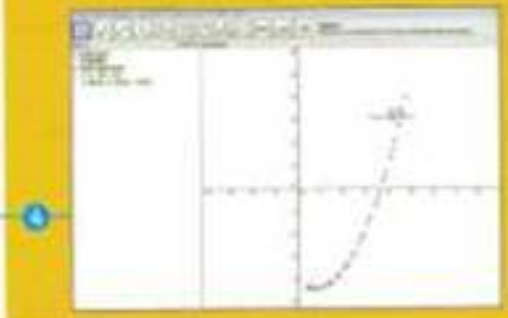
d. Déplacer le curseur à l'aide la souris. Qu'observe-t-on alors pour le point A ?



4. a. Faire un clic droit sur le point A et sélectionner « Trace activée ».

b. Déplacer à nouveau le curseur plusieurs fois dans un sens et dans l'autre. Qu'observe-t-on alors ?

c. Quel paramètre du curseur faudrait-il modifier pour que les différentes positions du point A soient plus proches les unes des autres ?

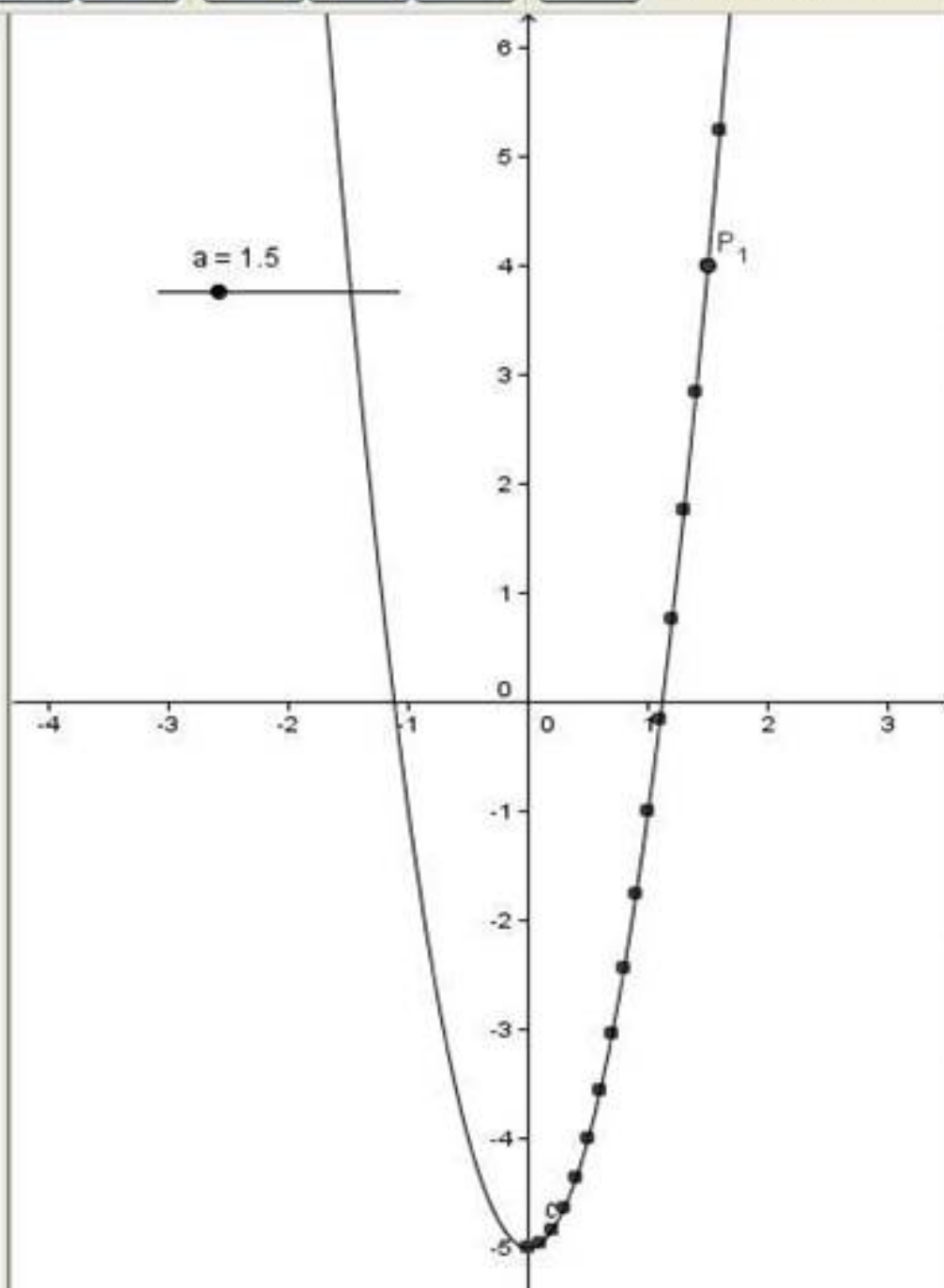


2 Construire automatiquement par le logiciel

5. Dans la cellule A3, taper « $0,5*x^2 - 0,7*x - 4,2$ » puis « Entrée ». Que semble alors afficher le logiciel ?



Objets libres
 $a = 1.5$
 $c: y = 4x^2 - 5$
 Objets dépendants
 $L_1 = \{1.5, 4\}$
 $liste1 = \{(1.5, 4)\}$



Déplacer

Déplacer ou sélectionner un ou des objets(Ctrl) (Raccour

	A	B
1	1.5	4
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		

Tableur:

Sans nom 1 - LibreOffice Calc

File Édition Affichage Insertion Format

Icons: Save, Print, PDF, etc.

Font: Arial, Size: 10

Formula bar: $=4 * A$

A	B	C
x	f(x)	
0	-5	
1	-1	
2	11	
3	31	
4	59	
5	95	
6	139	
7	191	
8	251	
9	319	
10	395	
11	479	
12	571	
13	671	
14	779	
15	895	

Activité : 6 page 127

6. Avec une calculatrice

► Exercice 34 p. 136

On considère la fonction $f : x \rightarrow 4x^2 - 5$

Compléter le tableau avec une calculatrice.

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	-1	11	31	59	95	139

$$f(1) = 4 \times 1^2 - 5 = 4 - 5 = -1$$

$$f(2) = 4 \times 2^2 - 5 = 16 - 5 = 11$$

$$f(3) = 4 \times 3^2 - 5 = 36 - 5 = 31$$

III) Fonctions linéaires :

Activité : 8 page 127

8. Proportionnalité et fonctions linéaires

Exercices 37 à 41 p. 136

a) Y a-t-il proportionnalité entre le côté d'un carré et son périmètre ? Si oui, quel est le coefficient de proportionnalité ?

b) Soit p la fonction qui au côté x d'un carré associe son périmètre.

(1) Recopier et compléter : $p : x \rightarrow \dots$

(2) Quel est le lien entre le coefficient de x et la situation de proportionnalité ?

(3) Quelle est alors la représentation graphique de cette fonction ?

(4) Représenter, dans un repère, la fonction p en faisant le moins possible de calculs.

a) Oui et le coefficient vaut 4
b) (1) $p(1) = 4$; $p(2) = 8$; $p(3) = 12$

x	1	2	3	x
$p(x)$	4	8	12	$4x$

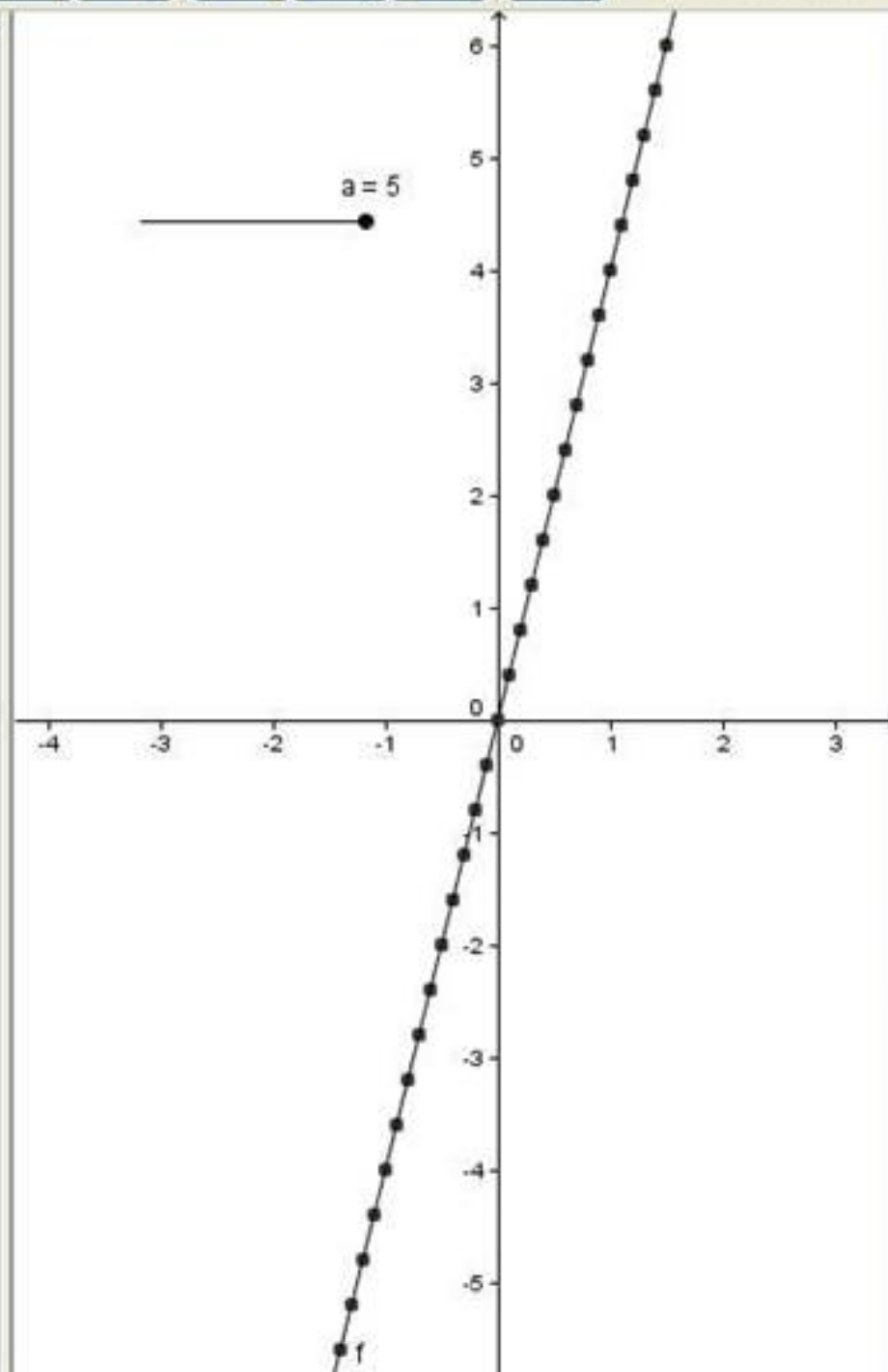
$x \times 4$



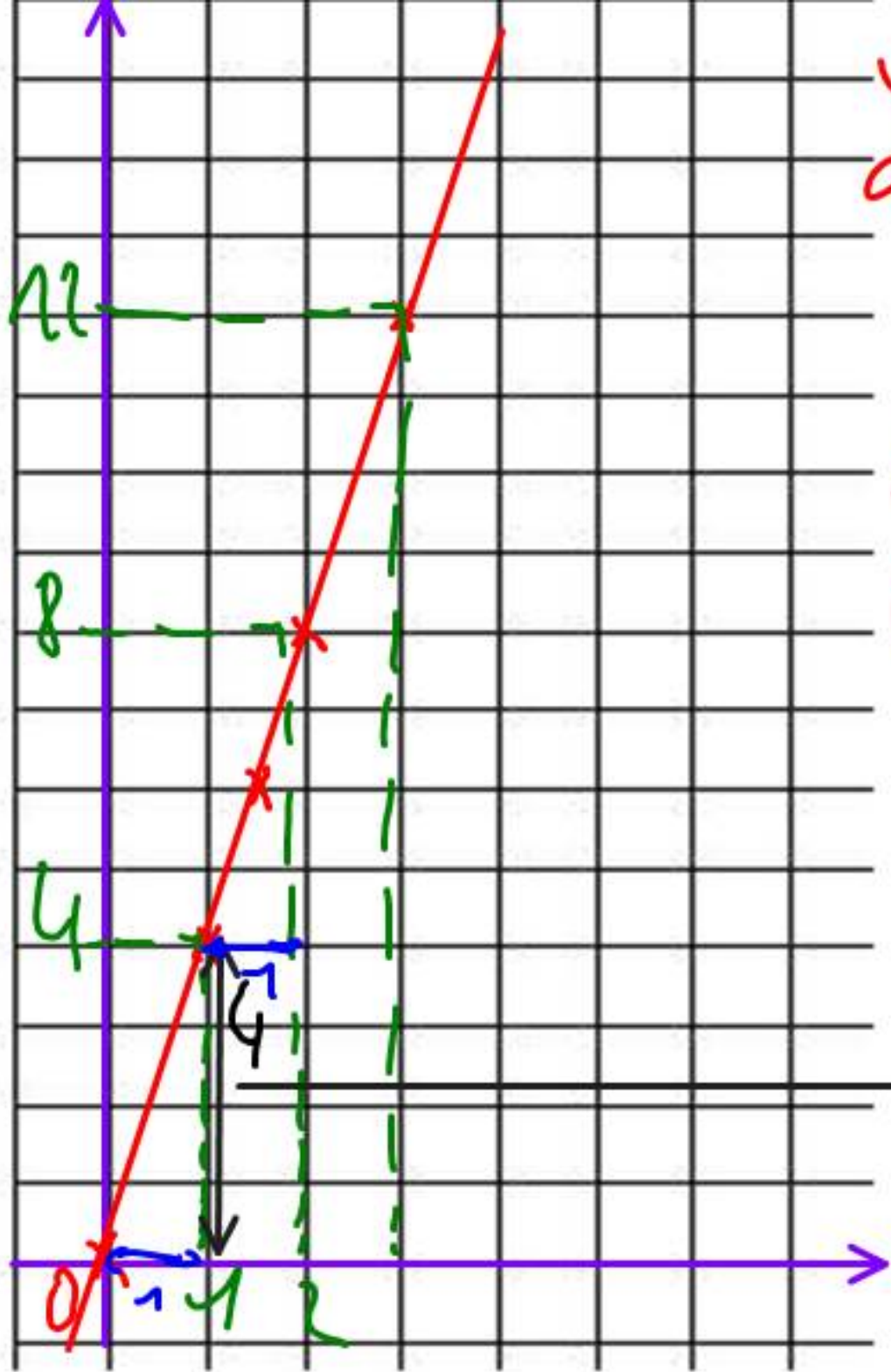
Déplacer

Déplacer ou sélectionner un ou des objets(Ctrl) (Raccor

- Objets libres
 - $a = 5$
 - $f(x) = 4x$
- Objets dépendants
 - liste1 = $\{(5, 20)\}$



	A	B
1	5	20
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		



Les points de L_p
sont alignés
avec l'origine.

coefficient
directeur de la
droite.

$f(x) = ax$ avec a une constante

On dit que f est une fonction linéaire

C'est un cas de proportionnalité

La représentation graphique est
une droite qui passe par l'origine.

3 Je représente graphiquement une fonction linéaire

Pour cette activité, on utilise un logiciel de géométrie, par exemple **GeoGebra** (voir page II).


1 Créer un **curseur** .

Dans la fenêtre qui apparaît, taper :

« -50 » pour « min » et « 50 » pour « max ».

Valider en cliquant sur « Appliquer ».

2 a) On veut tracer la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto ax$. Pour cela :

- afficher les **axes** axes du repère ;
- dans la barre de saisie en bas de page, taper « $f(x) = a \cdot x$ » ;
- valider en cliquant sur la touche  du clavier. Fichier

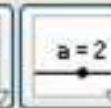
La représentation de la fonction f définie par $f(x) = ax$ apparaît.

- Que peut-on dire de la fonction f ?
- Que semble être la représentation graphique de la fonction f ?
- Déplacer** la croix du curseur pour faire varier la valeur du nombre a .

Recopier et compléter la phrase suivante :

« La représentation graphique d'une fonction linéaire semble être une ... qui passe par ... du repère. »





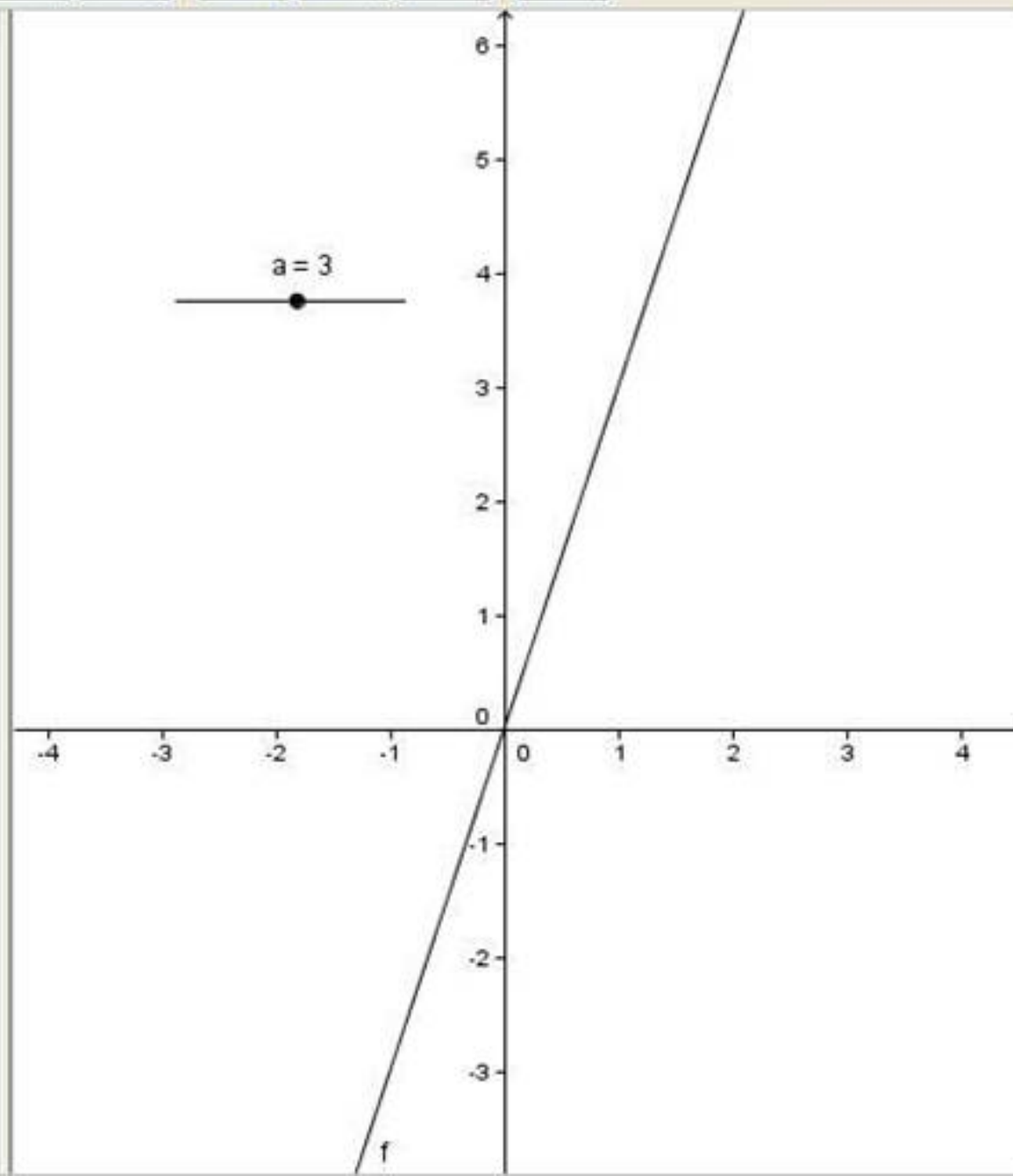
Déplacer: Déplacer ou sélection
(Raccourci=Esc)

Objets libres

$a = 3$

Objets dépendants

$f(x) = 3x$



Exemple!

$$f(x) = -2x$$

C'est une fonction linéaire.

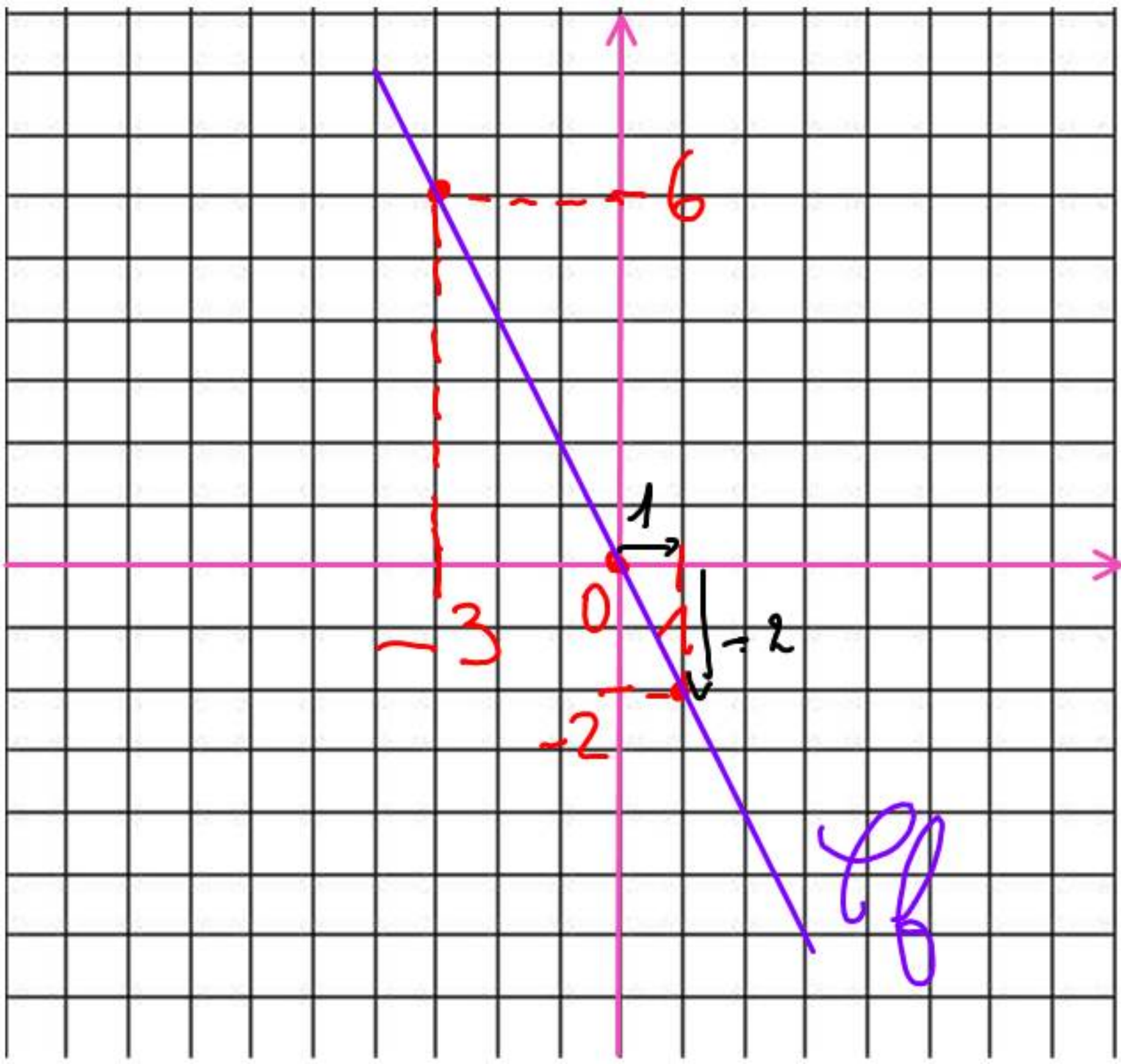
(a) Donner a ? $a = -2$

(b) Compléter le tableau:

x	0	1	-3
f(x)	0	-2	6

$x-2$

(c) Tracer f



Exercice:

On sait que f une fonction linéaire vérifie $f(2) = 3$

Donner l'expression algébrique de f .

$$f(x) = ax$$

$$f(2) = 2a = 3$$

$$\rightarrow a = \frac{3}{2} = 1,5$$

Donc $f(x) = 1,5x$

x	2	1
$f(x)$	3	1,5

$(x, f(x))$

$$\frac{3}{2} \times 1 = 1,5$$
$$\checkmark : f(2) = 1,5 \times 2 = 3$$

Exercice 18 page 134 :

18

Soit la fonction $f : x \rightarrow -4x$.

a) Compléter.

$$f(x) = \dots ; \quad f(-3) = \dots ; \quad f(5) = \dots$$

b) Quelle est l'image de -3 par f ?

c) Quel est l'antécédent de -20 par f ?

d) Calculer l'image de 4 par f .

e) Calculer l'antécédent de -28 par f .

$f: x \mapsto -4x$ C'est une fonction
linéaire!

① $f(x) = -4x$

$$f(-3) = -4 \times -3 = 12$$

② $f(5) = -4 \times 5 = -20$

③ L'image de -3 par f est 12
L'antécédent de -20
par f est 5 .

$$(d) f(4) = -4 \times 4 = -16$$

$$(e) f(x) = -28$$

$$-4x = -28$$

$$x = \frac{-28}{-4} = 7$$

x	3	5	4	7
$-4x$	-12	-20	-16	-28

Diagram illustrating the function $f(x) = -4x$. A table shows the input values x (3, 5, 4, 7) and the corresponding output values $-4x$ (-12, -20, -16, -28). The value 7 is highlighted in orange in the original image, corresponding to the solution found in part (e). A circle on the left contains $:-4$ with arrows pointing to the coefficients in the table. A circle on the right contains $x-4$ with an arrow pointing to the input value 4 in the table.

Exercice 42 page 136

42 a) Soit f la fonction linéaire telle que $f(3) = 15$.

Quelle est l'expression algébrique de f ?

b) Même question pour g telle que $g(3) = 7$.

c) Même question pour h telle que $h(-2) = 4$.



Comment, dans le cas général, écrit-on une fonction linéaire ?

$$\textcircled{a} \quad f(x) = ax$$

$$f(3) = 15$$

$$f(3) = 3a = 15$$

$$a = \frac{15}{3} = 5$$
$$f(x) = 5x$$

x	3	1	x
$f(x)$	15	5	$5x$

$\times 5$

⑤

$$g(x) = ax$$

$$g(3) = a \times 3 = 7$$

$$a = \frac{7}{3}$$

$$g(x) = \frac{7}{3}x$$

x	3	1	x
$g(x)$	7	$\frac{7}{3}$	$\frac{7}{3}x$

$\left(x \times \frac{7}{3} \right)$

$$g(x) = \frac{7}{3}x$$

$$(c) \quad h(x) = ax$$

$$h(-2) = ax - 2 = 4$$

$$a = \frac{4}{-2} = -2$$

$$h(x) = -2x$$

x	-2	1	x
$h(x)$	4	-2	$-2x$

$x-2$

$$h(x) = -2x$$

Activité : 9 page 127

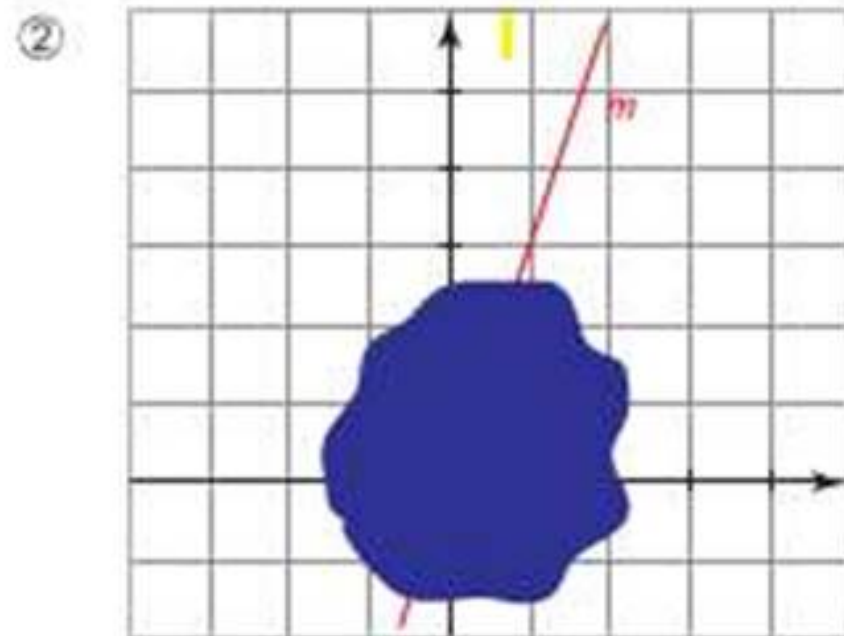
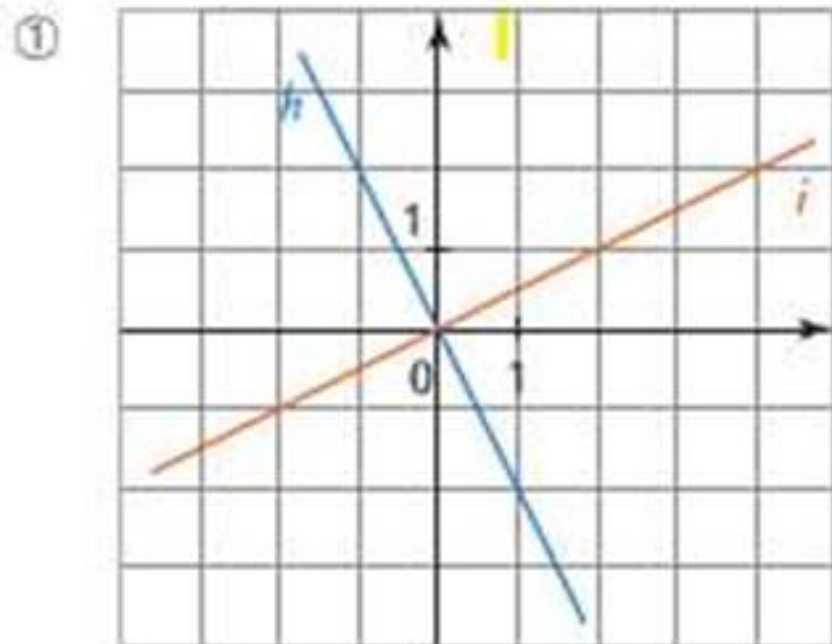
9. Expression algébrique d'une fonction linéaire ▶ Exercices 42 à 48 p. 136

a) Soit g une fonction linéaire telle que $g(2) = 12$.

Quelle est l'expression algébrique de g ?

b) Trouver l'expression algébrique des fonctions h et i représentées graphiquement sur la figure ①.

c) Trouver l'expression algébrique de la fonction linéaire m représentée graphiquement sur la figure ②, sans reconstruire le quadrillage manquant et sans déterminer les coordonnées de points.



$$(a) \quad g(x) = ax$$

$$g(2) = 12$$

$$g(2) = a \times 2 = 12$$

$$a = \frac{12}{2}$$

$$a = 6$$

$$g(x) = 6x$$

$$V = g(2) = 2 \times 6 = 12$$

b) E_i et h sont des droites passant par l'origine donc i et h sont linéaire.

Par lecture du coefficient directeur des droites on a:

$$h(x) = -2x.$$

$$i(x) = 0,5x$$

$$c) m(x) = 3x$$

Fonctions linéaires:

3 Je représente graphiquement une fonction linéaire

Pour cette activité, on utilise un logiciel de géométrie, par exemple **GeoGebra** (voir page II).

1 Créer un **curseur** .

Dans la fenêtre qui apparaît, taper :


« -50 » pour « min » et « 50 » pour « max ».

Valider en cliquant sur « Appliquer ».



2 a) On veut tracer la représentation graphique

de la fonction $f: x \mapsto ax$. Pour cela :

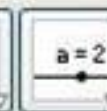
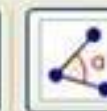
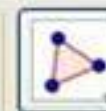
- afficher les **axes** axes du repère ;
- dans la barre de saisie en bas de page, taper « $f(x) = a \cdot x$ » ;
- valider en cliquant sur la touche  du clavier.

La représentation de la fonction f définie par $f(x) = ax$ apparaît.

- b) Que peut-on dire de la fonction f ?
- c) Que semble être la représentation graphique de la fonction f ?
- d) **Déplacer** la croix du curseur pour faire varier la valeur du nombre a .

Recopier et compléter la phrase suivante :

« La représentation graphique d'une fonction linéaire semble être une ... qui passe par ... du repère. »



Déplacer: Déplacer ou sélectionner
(Raccourci=Esc)

Objets libres

$a = 6$

Objets dépendants

$f(x) = 6x$

