

Chapitre II : La Numération.

I)Ecritures :

1/la numération romaine :

ACTIVITE 1 : les romains

Voici un tableau donnant un aperçu de la numération romaine :

I	V	X	L	C	D	M
Un	cinq	dix	cinquante	cent	Cinq cents	mille

a)quels sont les nombres représentés ci-dessous ?

numération romaine	CLXVI	MDCC	MMI	DLV	MMXIII	DCXXXVIII
décodage	100+50+10+5+1	1000+500+100+100	1000+1000+1	500+50+5	1000+1000+10+1+1+1	500+100+10+10+10+5+1+1+1
notre numération	166	1700	2001	555	2013	638

Remarque : l'idée d'écrire IV au lieu de IIII ; IX au lieu de VIII ; XC au lieu de LXXX est apparue au Moyen-âge : les romains ne le faisaient pas !

Exemples :

Ecrire 99 de deux façons différentes

LXXXXVIIII ← Romain

XCIX

IC ← 100 - 1

b) Ecrire en chiffres romains, les nombres en faisant apparaître le codage :

notre numération	124	1 236	2 781	3 005	4 999
codage	100+10+10+(5-1)	1000+100+100+10+10+10+(5-1)	1000+1000+500+100+10+10+10+10	1000+1000+1000+5	1000+1000+1000+1000+(1000-1)
numération romaine	CXXIV	MCCXXXVI	MMDCCLXXXI	MMMV	MMMMI

c) que devient le nombre CCCLXVII quand on le multiplie par dix ?

↳ 100+100+100+50+10+5+1+1 = 367

↳ 367 x 10 = 3670

↳ MMMDCCLXX

d) citer trois nombres inférieurs à vingt et qui s'écrivent avec quatre chiffres romains

4 (IIII) - 8 (VIII) - 13 (XIII) - 17 (XVII)

citer cinq nombres romains supérieurs à mille et qui s'écrivent avec deux chiffres romains

MI (1001) - MV (1005) - MX (1010) - ML (1050)
MC (1100) - MD (1500) - MM (2000)

2/les nombres entiers :

LES NOMBRES ENTIERS

1) Les nombres entiers, que vous connaissez déjà, servent à dénombrer des objets.

Ce sont des nombres qui « n'ont pas de virgule ».

Les nombres sont constitués de plusieurs *chiffres*.

Les chiffres sont 0-1-2-3-4-5-6-7-8-9

Ainsi : 45 est un nombre
7 est un chiffre mais aussi un nombre

Applications:

Citer quatre nombres entiers : 10 - 14 - 74 - 22

Citer un nombre entier constitué de deux chiffres : 43

Citer un nombre entier constitué de trois chiffres : 320

Citer un nombre entier constitué de cinq chiffres : 13420

2) Il faut savoir écrire *en chiffres* les nombres.

Applications: A : mille quatre cent cinquante-huit : 1458
B : sept mille six cent quarante-trois : 7643
C : cent sept mille quatre-vingt-seize : 107096
D : trente-quatre millions vingt-sept mille cent : 34 027 100

3) Il faut aussi savoir les écrire en lettres.

Applications:

A : 8512

B : 7025

C : 200 825

D : 9 002 034

huit mille cinq cent douze

sept mille vingt-cinq

deux cent mille huit cent vingt-cinq

neuf millions deux mille
trente quatre

4) Remarque

Vous remarquerez que pour faciliter la lecture d'un nombre entier, les chiffres sont groupés par tranches de trois à partir de la droite.

Applications : Recopie les nombres entiers suivants en laissant les espaces nécessaires à une lecture facile, puis écris les en lettres.
(Si vous avez du mal à lire les « grands » nombres, vous pouvez utiliser le tableau qui se trouve sur la deuxième page).

A: 247 50000

247 450 000 : deux cent quarante sept millions ;

B: 494 949

494 949 : quatre cent quatre-vingt-quatorze mille

C: 2345002020

2 345 002 020 : deux milliards trois cent
quarante cinq millions deux mille vingt.

5) Décomposition d'un nombre entier

Tout nombre entier peut se décomposer suivant les puissances de dix ; c'est-à-dire comme l'exemple suivant.

Exemple : $3\ 854 = (3 \times 1\ 000) + (8 \times 100) + (5 \times 10) + (4 \times 1)$

A vous ! :

$$456 = (4 \times 100) + (5 \times 10) + (6 \times 1)$$

$$5\ 687 = (5 \times 1\ 000) + (6 \times 100) + (8 \times 10) + (7 \times 1)$$

$$78\ 895 = (7 \times 10\ 000) + (8 \times 1\ 000) + (8 \times 100) + (9 \times 10) + (5 \times 1)$$

$$5\ 654\ 821 = (5 \times 1\ 000\ 000) + (6 \times 100\ 000) + (5 \times 10\ 000) +$$

$$(4 \times 1\ 000) + (8 \times 100) + (2 \times 10) + (1 \times 1)$$

Reprenons l'exemple précédent $3\ 854 = (3 \times 1\ 000) + (8 \times 100) + (5 \times 10) + (4 \times 1)$

Le chiffre 3 est associé à 1000 donc 3 est le chiffre des *unités de mille*.

Le chiffre 8 est associé à 100 donc 8 est le chiffre des *centaines*.

Le chiffre 5 est associé à 10 donc 5 est le chiffre des *dizaines*.

Le chiffre 4 est associé à 1 donc 4 est le chiffre des *unités*.

A vous ! :

1) Ecris ce que représente le chiffre 2 dans les exemples suivants :

A : 3 246 : *centaines*

B : 2 509 : *unités de mille*

C : 9 992 : *unités*

2) Ecris quel est le chiffre : A : des dizaines dans 947 : *4*

B : des milliers dans 8 016 : *8*

C des unités dans 4 850 : *0*

Pour reconnaître les différents chiffres constituant un nombre, on peut utiliser un tableau.

Chiffres des :

Unités de milliards	Centaines de millions	Dizaines de millions	Unités de millions	Centaines de mille	Dizaines de mille	Unités de mille	Centaines	Dizaines	Unités
	2	4	7	4	5	0	0	0	0
2	3	4	5	40	90	423	908	425	904



Tranche
des
milliards

Tranche des millions

Tranche des milliers

Tranche des unités simples

Applications: 1) Ecris ce que représente le chiffre souligné dans les nombres suivants

A : 416 304 : unités de mille.

B : 41 627 338 : centaines

C : 78 660 400 : unités de millions

2) Ecris quel est, dans les nombres suivants :

A : le chiffre des unités de mille dans 1325 476 : 5

B : le chiffre des centaines de millions dans 4 075 986 123 : 0

C : le chiffre des dizaines de millions dans 5 983 436 220 : 8

3) Ecris quel est, dans les nombres suivants (attention aux erreurs !)

A : le nombre de milliards dans 204 518 000 007 : 204

B : le chiffre des dizaines de millions dans 649 000 875 : 4

C : le nombre de millions dans 649 125 874 : 649

A la fin, vous devez reconnaître les chiffres constituant un nombre sans utiliser le tableau.

Quelques petites devinettes !

1) Je suis un nombre entier de trois chiffres. Mon chiffre des dizaines est 3, celui des unités est le double de celui des dizaines et celui des centaines est le triple de celui des dizaines. Qui suis-je ? ... *je suis 936*

2) Je suis un nombre entier de cinq chiffres. Mon chiffre des centaines est 1, celui des unités est le triple de celui des centaines, celui des dizaines de mille est la somme de celui des unités et celui des centaines. Mon chiffre des dizaines est le triple de celui des unités et mon chiffre des unités de mille est la différence de celui des dizaines et celui des dizaines de mille. Qui suis-je ? ... *je suis 45193*

3) Je suis un nombre entier de trois chiffres. Mon nombre de centaines est 5. Mon chiffre des unités est 8 et celui des dizaines est la moitié de celui des unités. Qui suis-je ? ... *je suis 548*



1) 9 3 6

$$3 \times 2 = 6 ; 3 \times 3 = 9$$

2) 4 5 1 9 3

$$3 \times 1 = 3 ; 3 + 1 = 4 ; 3 \times 3 = 9$$

$$9 - 4 = 5$$

3) 5 4 8

$$8 : 2 = 4$$

$$4 + 4 = 8$$

ACTIVITE : décomposition et écriture de nombres

I) décomposition d'un nombre entier :

● Décompose les nombres suivants :

Exemple $2\,785 = 2\,000 + 700 + 80 + 5$

$$19 = 10 + 9$$

$$853 = 800 + 50 + 3$$

$$1\,719 = 1\,000 + 700 + 10 + 9$$

● Ecris ces nombres en lettres :

Exemple $2\,785$: deux mille sept cent quatre-vingt cinq

19 : dix neuf

853 : huit cent cinquante trois

$1\,719$: mille sept cent dix-neuf

II) décomposition d'un nombre décimal :

● Décompose les nombres suivants :

Exemple $35,72 = 3 \times 10 + 5 \times 1 + 7 \times 0,1 + 2 \times 0,01$

$$8,5 = 8 \times 1 + 5 \times 0,1$$

$$4,51 = 4 \times 1 + 5 \times 0,1 + 1 \times 0,01$$

$$3,285 = 3 \times 1 + 2 \times 0,1 + 8 \times 0,01 + 5 \times 0,001$$

$$\frac{1}{10} = 0,1 \text{ un-dixième}$$
$$\frac{1}{100} = 0,01 \text{ un-centième}$$

✎ Ecris ces nombres en lettres :

Exemple 35,72 : trente cinq unités et soixante douze centièmes ou trente cinq unités, sept dixièmes et deux centièmes

8,5 : huit unités cinq dixièmes
4,51 : quatre unités, cinq dixièmes et un centième.
- quatre unités et cinquante et un centièmes.
3,285 : trois unités, deux dixièmes, huit centièmes et cinq millièmes
- trois unités et deux cent quatre vingt cinq millièmes.

✎ Ecris ces nombres dans le tableau :

Remarque : tout nombre ~~entier~~ ^{décimal} est un nombre..... Sa partie décimale ne comporte que des zéros.

Vocabulaire : pour le décimal suivant 2 058,47 ; la partie ^{entière} est 2 058 et la partie ^{décimale} est 47.

🏠 règle :

On regroupe les chiffres par trois à partir de la virgule pour faciliter la lecture.

Exemple : 210021563,212765758

210 021 563 , 212 765 758

partie entière

partie décimale

Millions	Centaines de mille	Dizaines de mille	Unités de mille	Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix millièmes	Cent millièmes	Millionnièmes
					1	9	0	0	0			
				8	5	3	0	0				
			1	7	1	9	0	0				
					3	5	7	2				
						8	5					
						4	5	1				
						3	2	8	5			
						0	0	0	1			
					3	2	7	5				
						1	5					

3/ les fractions :

ACTIVITE : Nombres décimaux et écritures fractionnaires

♣ Compléter

1°)

$$\text{a) } 32,75 = \frac{3275}{100}$$

$$\text{b) } 26,8 = \frac{268}{10}$$

$$\text{c) } \frac{15}{10} = 1,5 \text{ (d) } 13,54 = \frac{1354}{100}$$

2°)

$$\text{a) } 4\,218,9 = 4\,218 + \frac{9}{10}$$

$$\text{b) } 2,376 = 2 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{6}{1000}$$

$$\text{c) } 31 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100} = \dots$$

31,75

Conversions entre écriture décimale et écriture fractionnaire

Ecriture fractionnaire	CHIFFRE DES								Ecriture décimale
		unités de mille	centaines	dizaines	<u>unités</u>	dixièmes	centièmes	millièmes	
$\frac{43}{10}$					4	3			4,3
$\frac{25}{100}$					0	2	5		0,25
$\frac{58}{1000}$					0	0	5	8	0,058
$\frac{4237}{100}$				4	2	3	7		42,37
$\frac{475}{10}$				4	7	5			47,5
$\frac{3}{100}$					0	0	3		0,03
$\frac{482}{1000}$					0	4	8	2	0,482

$\frac{199}{100}$						1	9	9			1,99
$\frac{35}{10}$						3	5				3,5
$\frac{2}{10}$						0	2				0,2
$2/100$						0	0	2			0,02
$\frac{25}{100}$						0	2	5			0,25
$32/10$						3	2				3,2
$432/10$				4		3	2				43,2
$539/100$						5	3	9			5,39
72849			7	2		8	4	9			728,49
$\frac{524001}{1000}$			5	2		4	0	0	1		524,001
$\frac{1}{10000}$						0	0	0	0	1	0,0001
$\frac{23}{1000}$						0	0	0	2	3	0,0023
$\frac{125}{1000}$						0	1	2	5		0,125

27

Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

7,3	sept unités trois dixièmes	$7 + \frac{3}{10}$	$\frac{73}{10}$
2,15	deux unités quarante centièmes	$2 + \frac{15}{100}$	$\frac{215}{100}$
9,072	neuf unités soixante-douze millièmes	$9 + \frac{72}{1\,000}$	$\frac{9072}{1000}$
30,12	trente unités douze centièmes	$30 + \frac{12}{100}$	$\frac{3012}{100}$
4,207		$4 +$	$\frac{4\,207}{1\,000}$

II) Comparaison :

Numération 3

COMPARAISON DES NOMBRES

1°) Définition

Comparer deux nombres, c'est dire lequel est le plus petit (ou le plus grand)

2°) Notation

Soient a et b deux nombres quelconques :

• $a < b$ se lit | a est plus petit que b
a est inférieur à b

• $a > b$ se lit | a est plus grand que b
a est supérieur à b

$a < b$ et $a > b$ sont deux inégalités

3°) Comparaison de deux nombres entiers

- le plus grand est celui qui a le plus de chiffres significatifs
Exemples : $1\,023 > 79$; $689 < 45\,786$.
- S'ils ont le même nombre de chiffres, le plus grand est celui qui a le plus grand chiffre de gauche
Exemples : $721 < 389$; $4\,786 < 8\,449$.
- S'ils ont le même chiffre de gauche, on procède de même avec le chiffre qui vient à droite et ainsi de suite.
Exemples : $721 < 756$; $5\,687 > 5\,365$; $47\,589 < 47\,801$.

4°) Comparaison de deux nombres décimaux

- le plus grand est celui qui a la plus grande partie entière
Exemples : $103,546 > 21,4786$; $45,2 < 81,1$.
- S'ils ont la même partie entière, le plus grand est celui qui a le plus grand chiffre des secondes
Exemples : $103,546 > 103,4786$; $45,2 > 45,15$
 $103,5678 > 103,21$; $103,56 > 103,2178$.

- S'ils ont la même partie entière et le même chiffre des dixièmes, on procède de même avec le chiffre des centièmes et ainsi de suite.

Exemples :

$103,53 > 103,514$	:	$103,534 > 103,5315$
$12,03 > 12,002$	:	$413,1 > 413,0$
$525,03 = 525,030$	:	$2\,425,004 < 2\,425,014$
$0,003 > 0,00052$	:	$0,21 < 0,4$

5°) Double inégalité

Pour exprimer que $a > 2$ et que $a < 4$, soit encore que $2 < a$ et $a < 4$; on écrit $2 < a < 4$ et on lit « a est compris entre 2 et 4 ».

Ceci constitue une double inégalité

6°) Applications

Complète les pointillés :

- | | | | | |
|-----------------|---|----------------|---|-----------------|
| • $7,01 < 9,02$ | : | $3,14 > 2,9$ | : | $134,5 > 134,0$ |
| • $6,34 > 6,2$ | : | $5,14 < 5,23$ | : | $15,59 < 15,6$ |
| • $1,04 < 1,5$ | : | $12,2 > 12,17$ | : | $26,564 < 26,7$ |

ACTIVITE : Comparaison de nombres décimaux

🔍 comparer

- a) $25 < 36$ b) $25,3 < 25,8$ c) $231,5 > 35,8$ d) $018,26 = 18,260$

🏠 règle : Pour comparer, on peut simplement faire colonne par colonne à partir de la gauche

🔍 bien que certains chiffres soient cachés, peut-on comparer :

- a) $45, \square \square > 29, \square \square$ b) $\square 23,1 < \square 34,2$ c) $31,196 > 31,1\square 6$
 d) $3, \square 8 < 3, \square 7$ e) $7\ 84\square,98 < 7\ 85\square,12$ f) $15,9 \geq 15, \square$

⑨ $30,2 \leq 3\square,2$

Vocabulaire :

$<$ se lit

$>$ se lit

$=$ se lit

$\neq$ se lit

$\leq$ se lit

$\geq$ se lit

inférieur strict
 supérieur strict
 égal
 différent
 inférieur ou égal
 supérieur ou égal

Encadrement :

$$a = 3,14159$$

$3 < a < 4$ est l'encadrement à l'unité de a .

$3,1 < a < 3,2$ est un encadrement au dixième de a .

III) Ordre de grandeur :

1/troncature :

$$a = 3,14159$$


$$\boxed{3} \quad | \quad 14159$$

La troncature à l'unité de a est 3

$$a = 3, 1 \mid 4 \ 159$$

La troncature au dixième de a
est $3, 1$

2/arrondi :

$$28, \underline{3}$$

L'arrondi à l'unité de $28, \underline{3}$ est 28

L'arrondi à l'unité de $12 \underline{7}, 67$ est 128

L'arrondi au dixième de $8, \underline{26}1$ est
 $8, 3$

Exemples :

- l'arrondi de 128,75 à l'unité est .. 129
- l'arrondi de 15,49 au dixième est .. 15,5
- l'arrondi de 143,1234 au centième est .. 143,12

Remarque :

la numération romaine a pour base cinq alors que la nôtre a pour base dix d'où son nom décimal.

3/valeurs... :

$61 < 61,87 < 62$: encadrement à l'unité.

↑
valeur par défaut à l'unité

↑
valeur par excès à l'unité.

Remarques :

- 1/la troncature est la première valeur de l'encadrement .
- 2/la troncature à l'unité d'un nombre est sa partie entière.
- 3/la troncature est la valeur par défaut.

IV) Approfondissement :

APPROFONDISSEMENT : Nombre π

♣ En Français :

Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages

3,1415 9 2 6 5 3 5

Immortel Archimède, artiste , ingénieur

8 9 7 9

Qui de ton jugement peut priser la valeur ?

3 2 3 8 4 6 2 6

Pour moi ton problème eut de pareils avantages.

4 3 3 8 3 2 7 9

♣ En anglais :

How I wish I could recollect of Circle Round

3 1 4 1 5 9 2 6 5

The exact relation Archimède unwound

♣ En Allemand :

Dir, o Held, o Alter Philosoph, du Reisen-Genie!

Wie, viele Tausende bewundern Geister

Himmlich wie du und Gottlich!

♣ En Espagnol :

Sol y Luna y cielo proclaman al divino autor del cosmo.

Calculatrice: π

3,141592654

3,1415926535

La calculatrice utilise l'arrondi.