



Corrigé du Devoir Commun de Mathématiques 3^{ème}

BAREME (Présentation et rédaction : 4 pts)

Exercice 1 (3 pts)

Le débit d'une connexion internet varie en fonction de la distance du modem par rapport au central téléphonique le plus proche.

On a représenté ci-dessous la fonction qui, à la distance du modem au central téléphonique (en kilomètres), associe son débit théorique (en mégabits par seconde).



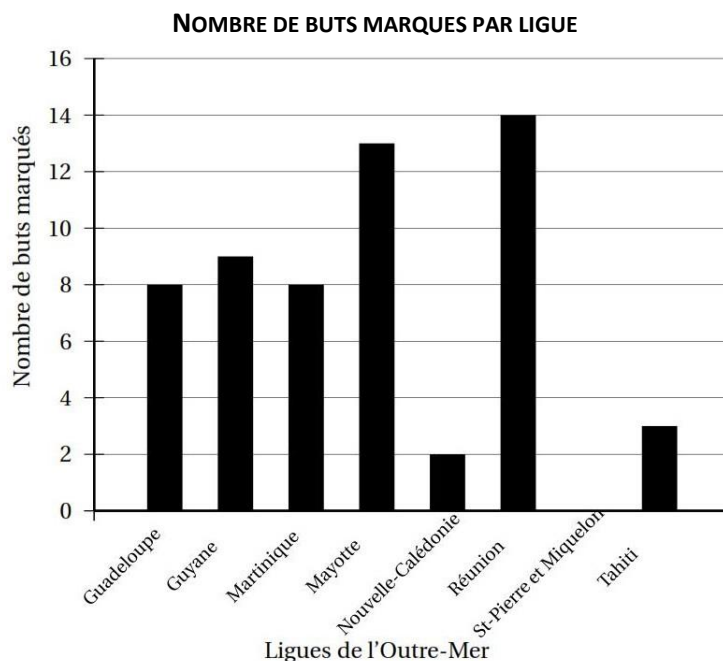
1. Marie habite à 2,5 km d'un central téléphonique. Quel débit de connexion obtient-elle ?
Marie reçoit un débit de 10 Mbit/s
2. Paul obtient un débit de 20 Mbits/s. À quelle distance du central téléphonique habite-t-il ?
Paul habite à 1,5km du central téléphonique.
3. Pour pouvoir recevoir la télévision par internet, le débit doit être au moins de 15 Mbits/s. À quelle distance maximum du central doit-on habiter pour pouvoir recevoir la télévision par internet ?
Pour recevoir la télévision, la distance maximum au central est de 2 km.
- 4.

3 x 1pt

NOM et Prénom :

Exercice 2 (9pts)

Le diagramme en bâtons ci-dessous nous renseigne sur le nombre de buts marqués lors de la seconde édition de la coupe de l'Outre-Mer de football en 2010. Nombre de buts marqués par ligue



- Combien de buts a marqué l'équipe de Mayotte ? *13 buts*
- Quelle est l'équipe qui a marqué le plus de buts ? *équipe de la Réunion*
- Quelle(s) équipe(s) ont marqué strictement moins de 8 buts ? *Nouvelle-calédonie, StPierre et Miquelon et Tahiti*
- Quelle(s) équipe(s) ont marqué au moins 10 buts ? *Mayotte et Réunion*

Les réponses aux questions suivantes seront données sur le sujet en complétant les tableaux ci-dessous

- Quel est le nombre total de buts marqués lors de cette coupe de l'Outre-Mer 2010 ?
- Calculer la moyenne de buts marqués lors de cette coupe de l'Outre-Mer 2010.
- Compléter les cellules B2 à B10 dans le tableau ci-dessous.

	A	B
1	Ligues de l'Outre Mer	Nombre de buts marqués
2	Guadeloupe	8
3	Guyane	9
4	martinique	8
5	Mayotte	13
6	Nouvelle-calédonie	2
7	Réunion	14
8	Saint-Pierre et Miquelon	0
9	Tahiti	3
10	TOTAL	57
11	Moyenne	=moyenne(B2:B9)

9 x 1pt

8. Parmi les propositions suivantes, entourer la formule que l'on doit écrire dans la cellule B10 du tableau pour retrouver le résultat du nombre de buts marqués

$8+9+8+13+2+14+0+3$	$=TOTAL(B2 :B9)$	$=SOMME(B2 :B9)$
---------------------	------------------	------------------

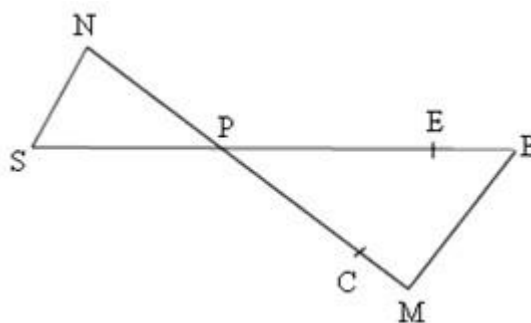
9. Ecrire dans la cellule B11 du tableau précédent une formule donnant la moyenne des buts marqués

Exercice 3 (6 pts)

On considère la figure ci contre qui n'est pas réalisée en vraie grandeur. Les points S, P, E et B sont alignés ainsi que les points N, P, C et M. Les droites (MB) et (NS) sont parallèles.

On donne : $PM = 12$ cm, $MB = 6,4$ cm ; $PB = 13,6$ cm et $PN = 9$ cm.

- Démontrer que le triangle PBM est rectangle.
- Calculer la longueur NS.
- On considère le point E du segment [PB] tel que $PE = 3,4$ cm et le point C du segment [PM] tel que $PC = 3$ cm. Les droites (CE) et (MB) sont-elles parallèles ? Justifier.



- $PB^2 = 13,6^2 = 184,96$ $PM^2 + MB^2 = 12^2 + 6,4^2 = 144 + 40,96 = 184,96$
 $PB^2 = PM^2 + MB^2$ donc PMB est rectangle en M d'après la réciproque du théorème de Pythagore.
- Les points N,P,M et S,P,B sont alignés dans cet ordre, (NS)//(MB), je reconnais une situation de Thalès et :
 $\frac{PM}{PN} = \frac{PB}{PS} = \frac{MB}{NS}$ soit $\frac{12}{9} = \frac{13,6}{PS} = \frac{6,4}{NS}$
Calcul de NS : $\frac{6,4}{NS} = \frac{12}{9}$ d'où $NS = \frac{9 \times 6,4}{12} = \frac{57,6}{12} = 4,8$ cm
- Les points P,E,B et P,C,M sont alignés dans cet ordre :
 $\frac{PE}{PB} = \frac{3,4}{13,6} = \frac{1}{4}$ $\frac{PC}{PM} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
comme $\frac{PE}{PB} = \frac{PC}{PM}$ alors (EC)//(MB) d'après la réciproque du théorème de Thalès

3 x 2pts

Exercice 4 (4 pts)

1. Ecrire chaque expression suivante sous la forme 3^n , où est un entier relatif :

4 x 05,pt

$$A = 27 = 3^3 ; \quad B = 9^4 = (3^2)^4 = 3^8 ; \quad C = \frac{9^3}{3^4} = \frac{(3^2)^3}{3^4} = \frac{3^6}{3^4} = 3^2 ;$$

$$D = 3^3 \times 9^{-2} \times 27^5 = 3^3 \times (3^2)^{-2} \times (3^3)^5 = 3^3 \times 3^{-4} \times 3^{15} = 3^{14}$$

2. Ecrire chaque expression sous la forme $2^n \times 3^p$, où n et p sont des entiers relatifs.

2 x 0,5pt

$$A = \frac{3^2 \times 2^7}{3^{-4} \times 2^{-9}} = 3^6 \times 2^{16} \quad ;$$

$$B = 3^7 \times 6^{-5} \times 2^6 = 3^7 \times (2 \times 3)^6 \times 2^6 = 3^7 \times 2^6 \times 3^6 \times 2^6 = 3^{13} \times 2^{12}$$

1pt

3. Démontrer que $32^{12} = 16^{15}$. (**NB** : La calculatrice ne permet pas de démontrer cette égalité)
- $$32^{12} = (2 \times 16)^{12} = 2^{12} \times 16^{12}$$
- or $2^{12} = (2^4)^3 = 16^3$
- Donc $32^{12} = 16^3 \times 16^{12} = 16^{15}$

Exercice 5 (3 pts)

Chacune des trois affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ?

Affirmation 1 :

Dans un club sportif, les trois quarts des adhérents sont mineurs et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans. Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans.

3 x 1pt

Fraction des adhérents majeurs : $\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

Fraction des adhérents majeurs ayant plus de 25 ans : $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

Fraction des adhérents ayant entre 18 et 25 ans : $1 - \frac{3}{4} - \frac{1}{12} = \frac{12}{12} - \frac{9}{12} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

L'affirmation est donc vraie

Affirmation 2 :

Durant les soldes si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, au final le prix de l'article a baissé de 50 %.

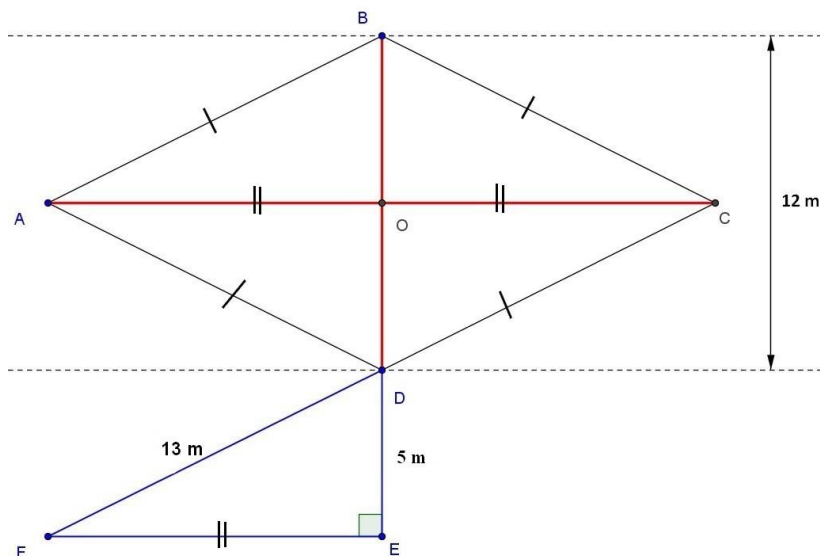
L'affirmation est fausse, car la deuxième baisse ne concerne pas le prix initial, mais le prix diminué de 30%, soit 70% du prix initial

Affirmation 3 :

Pour n'importe quel nombre entier n , $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ est un multiple de 4.

$$(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 = 4n$$

L'affirmation est donc vraie.

Exercice 6 (3 pts)

On considère la figure ci-dessus.

3 x 1pt

- En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle DFE, calculer la longueur FE
 $DF^2 = DE^2 + FE^2$ soit $13^2 = 5^2 + FE^2$ d'où $FE^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ donc **FE = 12 m**
- Calculer alors la longueur d'un côté du losange ABCD
 On sait que dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, AOB est donc un triangle rectangle en O.
 Appliquons le Théorème de Pythagore au triangle OAB rectangle en O :
 $AB^2 = AO^2 + OB^2$ soit $AB^2 = 12^2 + 6^2 = 144 + 36 = 180$ donc **$AB = \sqrt{180} \approx 13,42$**
- Calculer la longueur AC

$$AC = 2 \times AO \approx 2 \times 12 \approx 24 \text{ m}$$

Exercice 7 (5 pts)

- Effectuer les calculs suivants et présenter les résultats sous forme d'une fraction irréductible :

2 x 1pt

$$A = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{7}{2} - \frac{15}{8} = \frac{28}{8} - \frac{15}{8} = \frac{13}{8}$$

$$B = \frac{5}{8} \div \frac{3}{4} + \frac{3}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{8} \times \frac{4}{3} + \frac{3}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{20}{24} + \frac{15}{16} = \frac{40}{48} + \frac{45}{48} = \frac{85}{48}$$

- Une citerne d'une contenance de 200 L est remplie au $\frac{2}{5}$. Quelle est la quantité de liquide contenue dans la citerne ?

1pt

Quantité de liquide contenue dans la citerne

$$200 \times \frac{2}{5} = \frac{400}{5} = \mathbf{80L}$$

- Les $\frac{3}{10}$ du disque dur de ma tablette sont occupés par des films, les $\frac{2}{5}$ par des émissions de variétés et le reste par des documentaires. Quelle fraction du disque est occupée par des documentaires ?

2pts

Fraction du disque utilisée par les films et les émissions :

$$\frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

Fraction du disque occupée par les documentaires :

$$1 - \frac{7}{10} = \frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \mathbf{\frac{3}{10}}$$

Exercice 8 (3 pts)

On considère l'expression : $B = \frac{9009}{10395} - \frac{2}{5} \times \frac{3}{2}$

2 pts

1. Calculer le PGCD de 9009 et de 10395 en citant la méthode utilisée.

Ecrire le nombre $\frac{9009}{10395}$ sous la forme d'une fraction irréductible. Justifier votre réponse.

$$\text{PGCD}(9009 ; 10395) = 693$$

2 x 0,5pt

2. Calculer B en détaillant les étapes du calcul et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\frac{9009}{10395} = \frac{9009 \div 693}{10395 \div 693} = \frac{13}{15}$$

donc

$$\frac{9009}{10395} - \frac{2}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{13}{15} - \frac{3}{5} = \frac{13}{15} - \frac{9}{15} = \frac{4}{15}$$

Le nombre B est-il décimal ?

Non car $\frac{4}{15} \approx 0,26666666666666 \dots$